Univerzita Jana Evangelisty Purkyně

Fakulta životního prostředí

Sbírka příkladů k předmětu Fyzika a přístrojová technika

Václav Synek
Karel Ederer
Tomáš Loučka

Ústí nad Labem
2014

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název: Sbírka příkladů k předmětu Fyzika a přístrojová technika

Autoři: Ing. Václav Synek, Ph.D.
Ing. Karel Ederer
doc. Ing. Tomáš Loučka, CSc.

Vědecký redaktor: Ing. Petr Bezucha

Recenzenti: Mgr. Jaroslava Syrová
Mgr. Robert Seifert

Techn. redaktor: Mgr. Jakub Ederer

© **Nakladatel:** Univerzita J. E. Purkyně v Ústí n. Labem, Fakulta životního prostředí

Tato publikace vznikla v rámci projektu OPVK EnviMod – Modernizace výuky technických a přírodovědných oborů na UJEP se zaměřením na problematiku ochrany životního prostředí.
Reg. č.:

Neprodejný výtisk

Opraveno 6. 1. 2016

ISBN:

Obsah

Úvod

Studentům bakalářského studia oborů Ochrana životního prostředí a Ochrana životního prostředí v průmyslu na Fakultě životního prostředí Univerzity Jana Evangelisty Purkyně předkládáme *Sbírku příkladů k předmětu Fyzika a přístrojová technika*. Cílem tohoto předmětu, který je zařazen v prvním roce bakalářského studia, je zajistit u studentů dostatečné základní znalosti fyziky pro jejich další studium oboru, a to především takových předmětů jako Chemie životního prostředí, Základy analytické chemie, Meteorologie a ochrana ovzduší a předměty chemicko-technologické. Rozsah učiva v předmětu Fyzika a přístrojová technika se může zdát poněkud široký na předmět jednosemestrální, je však třeba si uvědomit, že probírané učivo shrnuje prakticky pouze látku z fyziky střední školy, ovšem téměř v kompletním rozsahu. Předmět dává studentům možnost si toto učivo zopakovat a osvěžit, ti pak, kteří na střední škole nenabyli dostatečných znalostí fyziky nebo tuto látku již zapomněli, mají možnost si znalosti doplnit. Za velmi vhodnou základní učebnici k tomuto účelu považujeme knihu Přehled středoškolské fyziky autorů Svobody E. a kol. Pro učivo zabývající se měřením teploty, tlaku a vlhkosti, které jde nad rámec uvedené středoškolské učebnice fyziky, byly zpracovány doplňující materiály umístěné v elektronické verzi na webových stránkách Fakulty životního prostředí.

Sbírka příkladů shrnuje požadavky kladené na studenty k úspěšnému absolvování předmětu, podle ní se studenti mohou připravit na písemné zápočtové testy. Velká pozornost je věnována odvozování jednotek; ve sbírce je odvozena většina jednotek, které budou studenti v navazujících předmětech potřebovat. Autoři se domnívají, že studenti procvičováním těchto příkladů mohou nabýt základních matematických dovedností (elementární algebra), v nichž mají, bohužel, mnozí značné nedostatky. Ve sbírce jsou často zařazeny velmi jednoduché příklady na výpočty dle základních fyzikálních vztahů (použití potřebného matematicky vyjádřeného fyzikálního vztahu, jeho případná úprava, dosazení, a výpočet). Jsou zde však také uvedeny komplexnější příklady, které formou výpočtu upozorňují na fyzikální podstaty některých přírodních jevů, s nimiž se studenti setkají v navazujících předmětech. Vedle čistě početních úloh jsou zařazeny také otázky, u nichž uváděné odpovědi jsou stručným výkladem látky bez použití matematiky. Tyto otázky jsou většinou zaměřeny na základní pojmy a podstaty fyzikálních problémů a objevují se hlavně v částech kmity a vlnění, akustika, optika a radioaktivní záření.

Budeme vděčni za připomínky ke sbírce a za upozornění na chyby v příkladech a v textu.

Autoři touto cestou děkují za cenné připomínky a provedení recenze těchto skript Ing. P. Bezuchovi, Mgr. J. Syrové a Mgr. R. Seifertovi.

Autoři

1.1 Jednotky fyzikálních veličin – jednotky základní a odvozené

Učivo, které se zabývá fyzikálními jednotkami a odvozováním jednotek, naleznete v učebnici Svoboda E. a kol. (1996 a 2006). Podrobněji se problematikou fyzikálních veličin a jednotek zabývá ČSN ISO 80000-1, v níž je nejaktuálněji prezentována tzv. Mezinárodní soustava jednotek značená SI. Tato norma je novější než obě vydání výše uvedené učebnice, takže existují určité pro předmět Fyzika a přístrojová technika a pro zde uváděné příklady nepodstatné rozdíly mezi ČSN a učebnicemi. V případech diference je nutné považovat za správné znění to, jež je uváděno v ČSN.
Pro řešení příkladů je třeba znát sedm tzv. základních jednotek, z nichž Mezinárodní soustava jednotek vychází, které jsou definovány pro malou skupinu veličin vybraných jako tzv. veličiny základní - viz tabulka 1.

Tabulka 1 Základní jednotky SI

Základní veličina	Název základní jednotky	Značka základní jednotky
Délka	metr	m
Hmotnost	kilogram	kg
Čas	sekunda	s
Elektrický proud	ampér	A
Termodynamická teplota	kelvin	K
Látkové množství	mol	mol
Svítivost	kandela	cd

Definice základních jednotek můžete najít v učebnici Svoboda E. a kol.
Jednotky pro jiné než základní veličiny jsou odvozeny s využitím jednotek základních, což je procvičováno ve zde uváděných příkladech. Znamená to, že danou veličinu, pro niž odvozujeme jednotku, vyjádříme jako matematickou funkci pomocí veličin základních; většinou použijeme fyzikální rovnici, která danou veličinu definuje. Do této rovnice dosadíme za základní veličiny jejich základní jednotky, a pokud to jde, výraz matematicky upravíme – zjednodušíme, tím získáme odvozenou jednotku – viz např. příklady 2 a 3. Mnohé odvozené jednotky mají svůj zvláštní název a také i značky (symboly) - viz tabulka 2. (Číselný koeficient v algebraických výrazech vyjadřujících odvozené jednotky je roven 1). Pokud jsou to odvozené jednotky důležitých – běžně používaných veličin, je třeba jejich názvy a značky znát. Při odvození určité jednotky můžeme do příslušné rovnice dosazovat také již jiné odvozené jednotky se zvláštními názvy, tzn., že odvozenou jednotku nemusíme vždy vyjadřovat s využitím pouze jednotek základních, i když odvozenou jednotku je vždy nakonec možno vyjádřit jen základními jednotkami.

Tabulka 2 Odvozené jednotky se zvláštními názvy a značkami

	Odvozená jednotka			
Odvozená veličina	Zvláštní název	Zvláštní značka	Obvyklé vyjádření v jednotkách SI	Vyjádření v základních jednotkách SI
Rovinný úhel	radián	rad		$m \cdot m^{-1} = 1$
Prostorový úhel	steradián	sr		$m^2 \cdot m^{-2} = 1$

Tabulka 2 (pokračování)

Odvozená veličina	Odvozená jednotka			
	Zvláštní název	Zvláštní značka	Obvyklé vyjádření v jednotkách SI	Vyjádření v základních jednotkách SI
Kmitočet	hertz	Hz		s^{-1}
Síla	newton	N		$kg \cdot m \cdot s^{-2}$
Tlak, napětí (pozn. 1)	pascal	Pa	N/m^2	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Energie, práce, teplo	joule	J	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Výkon	watt	W	J/s	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Elektrický náboj	coulomb	C		$A \cdot s$
Elektrické napětí, elektrický potenciál	volt	V	W/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Elektrická kapacita	farad	F	C/V	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
Elektrický odpor	ohm	Ω	V/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
Elektrická vodivost	siemens	S	$A/V = \Omega^{-1}$	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
Magnetický tok	weber	Wb	$V \cdot s$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Magnetická indukce	tesla	T	Wb/m^2	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Indukčnost	henry	H	Wb/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Celsiova teplota (pozn. 2)	stupeň Celsia	°C		K
Světelný tok	lumen	lm	$cd \cdot sr$	$cd \cdot 1= cd$
Osvětlenost, intenzita osvětlení	lux	lx	lm/m^2	$m^{-2} \cdot cd$
Aktivita (radionuklidu)	becquerel	Bq		s^{-1}
Pohlcená dávka (absorbovaná dávka)	gray	Gy	J/kg	$m^2 \cdot s^{-2}$
Dávkový ekvivalent (ekvivalentní dávka)	sievert	Sv	J/kg	$m^2 \cdot s^{-2}$
Katalytická aktivita	katal	kat		$mol \cdot s^{-1}$

Pozn. 1 – Pozor, v případě veličiny napětí s jednotkou Pa (síla na jednotku plochy) se nejedná o napětí elektrické s jednotkou V.

Pozn. 2 - Jednotky K a °C jsou si rovny ve smyslu rozdílu teplot. To ovšem rozhodně neznamená, že se číselně rovnají hodnoty určité teploty vyjádřené buď jako teplota termodynamická (T), nebo v Celsiově stupnici (t), protože Celsiova teplota je definována vztahem t (°C) = T (K) –273,15 K. Teplotní interval, tj. rozdíl dvou teplot, obou měřených jako termodynamická teplota, nebo obou měřených v Celsiově stupnici, je stejný vyjádřen v K či ve °C. (Jestliže teplota vzduchu vně místnosti byla 28,00 °C a teplota ovzduší v místnosti byla 22,00 °C, pak rozdíl těchto teplot je 6,00 °C a zároveň také 6,00 K; termodynamické teploty však byly 301,15 K a 295,15 K).

V rámci SI jsou také používány násobky a díly jednotek odvozených či základních, pokud pro vyjádření hodnoty určité naměřené veličiny je jednotka základní či odvozená příliš malá nebo naopak příliš velká. Příklad: místo metru může být vhodné použít menší jednotku délky – např. mikrometr, nebo naopak větší jednotku délky - km. (S tím je spojeno převádění jednotek, což je rozebíráno v dalším souboru příkladů).

Z praktických důvodů se také vedle jednotek SI užívají měřicí jednotky, které jsou mimo tuto soustavu, tzv. jednotky užívané spolu s SI (ve starších učebnicích fyziky jsou uváděny jako doplňkové). Patří k nim např. minuta, hodina jako jednotky času, stupeň jako jednotka rovinného úhlu – viz tabulka 3. Díly a násobky jednotek a také jednotky užívané spolu s SI je možné využít při odvozování jednotek odvozených (např. jednotka rychlosti kilometr za hodinu; jednotka energie kilowatthodina).

Tabulka 3 Vybrané jednotky užívané spolu s SI

Veličina	Jednotka		
	Název	Značka	Definice
Čas	minuta	min	1 min = 60 s
	hodina	h	1 h = 60 min
	den	d	1 d = 24 h
Hmotnost	tuna	t	1 t = 1 000 kg
Hmotnost	dalton	Da (pozn. 1)	1 Da = 1,660 538 782 · 10^{-27} kg
Objem	litr	l, L	1 L = 1 dm^3
Rovinný úhel	stupeň	°	1 ° = (π/180) rad
	minuta	′	1′ = (1/60)°
	vteřina	′′	1′′ = (1/60)′
Energie	elektronvolt	eV (pozn. 2)	1 eV = 1,602 176 487 · 10^{-19} J

Pozn. 1 – 1 Da = 1/12 hmotnosti atomu nuklidu ^{12}C v klidu a v základním stavu; dle Vyhlášky 424. Sbírky zákonů ČR je to tzv. unifikovaná atomová hmotnostní jednotka značená písmenem u.
Pozn. 2 - 1 eV je kinetická energie získaná elektronem při průchodu napětím 1 V ve vakuu.

Vyhláška č. 424 ze dne 18. 11. 2009 Sbírky zákonů ČR uvádí i další povolené jednotky proti ČSN ISO 80000-1. Jsou to např. zvláštní povolená jednotka tlaku – bar, která je však povolena jen dočasně, nebo jednotky jako dioptrie, ar, milimetr rtuti povolené ve specializovaných oblastech – viz tabulka 4. Tato vyhláška, která vyšla dříve než ČSN ISO 80000-1, by mohla být v relativně krátké době v některých bodech změněna.

Tabulka 4 Některé další jednotky povolené dle Vyhlášky č. 424

Veličina	Jednotka		
	Název	Značka	Definice
Tlak, napětí	bar	bar	1 bar = 100 000 Pa
Optická mohutnost optických soustav	dioptrie		1 dioptrie = 1 m^{-1}
Plocha zemědělské půdy a stavebních parcel	ar	a	1 ar = 10^2 m^2
	hektar	ha	1 hektar = 10^2 ar
Tlak krve a jiných tělních tekutin	milimetr rtuti	mmHg	1 mmHg = 133,322 Pa

Pro odvození jednotek, je potřeba znát vztahy mezi veličinami, především rovnice definující jednotlivé veličiny. Vztahy uváděné v příkladech, stejně tak i názvy a značky odvozovaných jednotek, patří k základnímu učivu středoškolské fyziky a předmětů Obecná chemie, Chemie životního prostředí a Základy analytické chemie a dalších.
Značka dané veličiny v hranaté závorce je používána coby obecná jednotka této veličiny. Např. pokud písmeno t značí čas, pak značka $[t]$ symbolizuje jednotku času, ale nevíme, zda je to sekunda, hodina nebo rok; pokud písmeno U značí elektrické napětí, pak značka $[U]$ symbolizuje jednotku napětí, ale nevíme, zda je to volt či milivolt.

Při psaní jednotek v odborném textu je nutno dodržovat řadu pravidel, která jsou shrnuta především v ČSN ISO 80000-1. Je však možné se setkat s texty, kde tato pravidla nejsou dodržována, přičemž to nemusí být jen texty starší, které byly psány dle pravidel platných dříve. Zvláště je třeba upozornit na zásadu při psaní lomítka v jednotce (stejně i ve vzorci), kterou je třeba důsledně dodržovat pro zajištění jednoznačnosti zapsaného výrazu:„Po lomítku ′/′ nesmí následovat znaménko násobení nebo znaménko dělení na téže řádce, nejsou-li užity závorky k odstranění jakékoliv víceznačnosti. Ve složitých případech se smí používat záporná mocnina nebo vodorovná zlomková čára.“ Pro vysvětlení lze jako příklad správného a nesprávného zápisu uvést:

správné ekvivalentní zápisy: $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}\cdot\mathrm{K}} = \mathrm{J}\cdot\mathrm{mol}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1} = \mathrm{J}/(\mathrm{mol}\cdot\mathrm{K})$,

nesprávné zápisy téže jednotky (nejednoznačné): J/mol · K nebo J/mol/K.

Rovněž je třeba zdůraznit, že výrazy pro jednotky nesmějí obsahovat nic jiného, než značky jednotek a značky matematické. Kupříkladu se má správně psát:

koncentrace H_2SO_4 je 228 g/dm^3,

a nikoli

koncentrace je 228 g H_2SO_4/dm^3.

Příklady

1. Které jednotky, značky jednotek v uvedených seznamech jsou jednotky základní, respektive jsou to značky základních jednotek?

1.1 hertz; watt; kilogram; ohm; radián; kandela; kelvin;

1.2 m^2; K; m/s; N; C; kg · m^{-3}; mol;

1.3 tesla; sekunda; mol; gray; pascal; volt; ampér;

1.4 m; Pa; N · m^{-2}; J; A; S; cd.

Řešení:

1.1 kilogram; kandela; kelvin;

1.2 K; mol;

1.3 sekunda; mol; ampér;

1.4 m; A; cd.

2. Odvoďte jednotku rychlosti $[v]$ pomocí základních jednotek; definiční vztah pro rychlost (pohyb rovnoměrný) $v = \frac{s}{t}$, kde *s* je délka dráhy a *t* je čas.

Řešení: Do rovnice dosadíme jednotky za veličiny *s* (tj. metr), *t* (tj. sekunda). Odvozená jednotka rychlosti $[v] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; lze psát také jako m/s; případně m · s^{-1}.

3. Odvoďte jednotku zrychlení $[a]$ pomocí základních jednotek; definiční vztah pro zrychlení $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, kde Δv je změna rychlosti (viz př. 2) v časovém intervalu Δt (Δ - řecké písmeno velké delta, značí změnu, tj. rozdíl hodnoty na konci a na počátku děje).

Řešení: Odvozená jednotka $[a] = [\Delta v]\cdot\frac{1}{[\Delta t]} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot\frac{1}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; nebo také m/s^2, případně m · s^{-2}.

4. Odvoďte jednotku síly $[F]$ pomocí základních jednotek; definiční vztah pro sílu $F = a\cdot m$, kde *a* je zrychlení (viz př. 2) udělované silou *F* tělesu o hmotnosti *m*. Jak se nazývá a značí tato odvozená jednotka síly?

Řešení: $[F]=\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\mathrm{kg}=\dfrac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ nebo také kg · m · s^{-2}. Jednotka se nazývá newton, značí se N.

5. Vyjádřete jednotku práce [*W*] (také energie – schopnost konat práci) za použití odvozené jednotky pro sílu (viz př. 4) a dále vyjádřete jednotku práce také v základních jednotkách. Definiční vztah pro práci $W=F\cdot s$, kde *F* je síla, která při působení po dráze *s* vykoná práci *W*. Jak se nazývá a značí tato odvozená jednotka práce?

Řešení: $[W]=N\cdot m$; název joule, značka J.

Pro vyjádření v základních jednotkách jednotka N viz př. 4.

$[W]=\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}=\dfrac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\mathrm{m}=\dfrac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$; nebo také kg · m^2 · s^{-2}.

6. Odvoďte jednotku frekvence [*f*] pomocí základních jednotek; definiční vztah $f=\dfrac{1}{T}$, kde *T* je perioda, tj. doba trvání jednoho kmitu. Jak se nazývá a značí tato odvozená jednotka frekvence?

Řešení: $[f]=\dfrac{1}{\mathrm{s}}$; nebo také 1/s nebo s^{-1}; název hertz, značka Hz.

7. Dávka radioaktivního (obecněji ionizujícího) záření (značka *D*) je střední energie (tj. průměrná hodnota energie), kterou záření předalo jednomu kilogramu prozařované látky. Dávku záření lze určit dle vztahu $D=\dfrac{E}{m}$, kde *E* je energie radioaktivního záření, která byla pohlcena prozařovanou látkou, a *m* je hmotnost této látky. Vyjádřete jednotku dávky za použití jednotek pro veličiny, které jsou uvedené ve vztahu, a za použití jednotek základních. Jak se nazývá a značí tato odvozená jednotka dávky radioaktivního záření?

Řešení: $[D]=\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}=\mathrm{J}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$.

Pro vyjádření v základních jednotkách (jednotka J viz př. 5).

$[D]=\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}=\dfrac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\cdot\dfrac{1}{\mathrm{kg}}=\dfrac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}=\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{s}^{-2}$.

Název grey; značka Gy.

8. Odvoďte jednotku rovinného úhlu [φ] (malé fí) pomocí základních jednotek; definiční vztah $\varphi=\dfrac{s}{r}$, kde *s* je délka oblouku vytyčená na kružnici rameny daného úhlu, *r* je poloměr kružnice.

Řešení: $[\varphi]=\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}}=1$; odvozená jednotka se nazývá radián a značí se rad.

Pozn. Veličiny, jejichž odvozená jednotka je 1, jsou tzv. bezrozměrné veličiny; další viz např. příklady 12.4, 12.18.

9. Elektromagnetické záření se šíří jako proud fotonů a zároveň se chová jako vlnění. Vztah mezi energií fotonu (ε – malé epsilon) a frekvencí (*f*) odpovídajícího elektromagnetického vlnění je vyjádřen rovnicí $\varepsilon=h\cdot f$, kde *h* je Planckova konstanta. Vyjádřete z této rovnice jednotku Planckovy konstanty v jednotkách odvozených pro veličiny použité v této rovnici, dále při dosazení odvozené jednotky pro energii a jednotky pro frekvenci vyjádřené pomocí základních jednotek a nakonec kompletně v jednotkách základních.

Řešení: Vyjádření *h* z rovnice $\varepsilon=h\cdot f$ osamostatněním na jedné straně rovnice

$$\frac{\varepsilon}{f} = h$$

Dosazení odvozených jednotek pro obě veličiny $[h] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{Hz}} = \mathrm{J} \cdot \mathrm{Hz}^{-1}$.

Dosazení za Hz = 1/s (viz př. 6) $[h] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{Hz}} = \mathrm{J} \cdot \frac{\mathrm{s}}{1} = \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$, což je obvykle používaná jednotka pro h.

Pro vyjádření v základních jednotkách: dosazení za J (viz př. 5) a úprava

$$[h] = \mathrm{J} \cdot \mathrm{s} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{s} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$$

.

10. Odvoďte jednotku gravitační konstanty (κ – malé kappa) z Newtonova gravitačního zákona $F = \kappa \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ vyjádřenou pomocí základních jednotek, když F je síla, kterou se přitahují dvě tělesa (hmotné body) o hmotnostech m_1, m_2; a r je vzdálenost těchto těles.

Řešení: Vyjádření κ z rovnice osamostatněním na jedné straně rovnice

$$F = \kappa \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \rightarrow \quad r^2 \cdot F = \kappa \cdot m_1 \cdot m_2 \quad \rightarrow \quad \frac{r^2 \cdot F}{m_1 \cdot m_2} = \kappa.$$

Dosazení jednotek pro veličiny $[\kappa] = \frac{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{N}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{kg}} = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}$ neboli $\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-2}$.

Dosazení za N (viz př. 4) a úprava $[\kappa] = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2} = \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}^2 \cdot \mathrm{kg}}$ neboli $\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{kg}^{-1}$.

11. Molární reakční teplo za konstantního tlaku ΔH_T (teplo vyměněné za konstantního tlaku při uskutečnění 1 molu reakčních přeměn) se měří v J/mol. Závisí na termodynamické teplotě T měřené v K (kelvinech) podle rovnice:

$\Delta H_T = A + B \cdot T + C \cdot T^2$

Vyjádřete jednotky konstant A, B, C za použití jednotek pro veličiny, jež jsou uvedeny v dané rovnici, jestliže víme, že každá rovnice musí být rozměrově homogenní (tj. lze sčítat a odčítat pouze výrazy, které jsou vyjádřeny ve stejných jednotkách).

Řešení:

Pro jednotku konstanty A musí platit: $[A] = [\Delta H_T]$ = J/mol; neboli $\mathrm{J} \cdot \mathrm{mol}^{-1}$.

Dále platí pro jednotky: $[B] \cdot [T] = [\Delta H_T]$,

takže $[B] = \frac{[\Delta H_T]}{[T]}$. Po dosazení konkrétních jednotek pro veličiny

$[B] = [\Delta H_T] \cdot \frac{1}{[T]} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}} \cdot \frac{1}{\mathrm{K}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{K}}$, neboli $\mathrm{J} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$.

Dále platí: $[C] \cdot [T]^2 = [\Delta H_T]$

$[C] = [\Delta H_T] \cdot \frac{1}{[T]^2} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}} \cdot \frac{1}{\mathrm{K}^2} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{K}^2}$, neboli $\mathrm{J} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-2}$.

Pozn. Jednotka J viz př. 5.

12. V následujících dílčích příkladech odvoďte jednotky veličin na základě jejich uvedených definičních rovnic. Příslušnou odvozenou jednotku vyjádřete v jednotkách veličin, které v těchto rovnicích přímo vystupují, jednotky dosazované pro veličiny v rovnicích je třeba znát (není třeba vyjadřovat odvozenou jednotku jen s využitím jednotek základních). Výsledky jsou uváděny v hranatých závorkách.

12.1 Hybnost $p = m \cdot v$, kde m značí hmotnost, v rychlost.
[$\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}$]

12.2 Impuls síly (změna hybnosti) $\Delta p = F \cdot \Delta t$, kde F značí sílu působící v průběhu časového intervalu Δt. [$\mathrm{N \cdot s}$]
Pozn. Jednotka N viz př. 4. Po převodu na základní jednotky vyjde stejná jednotka jako v příkladu 12.1

$$[\Delta p] = \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s^2}} \cdot \mathrm{s} = \mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}$$

12.3 Výkon $P = \frac{W}{t}$, kde W značí práci vykonanou za čas t.
[$\mathrm{J \cdot s^{-1}}$; tato odvozená jednotka se nazývá watt a značí W. Pozor na záměnu: W – označení jednotky výkonu watt; W – označení veličiny práce]
Pozn. Jednotka J viz př. 5.

12.4 Účinnost $\eta = \frac{P}{P_0}$ (η – malé éta), kde P značí výkon, P_0 příkon (dodaný výkon).
[W/W = 1, tj. watt lomeno watt, viz př. 12.3; bezrozměrná veličina]

12.5 Tlak $p = \frac{F}{S}$, kde F značí sílu působící kolmo na plochu o obsahu S.
[$\mathrm{N \cdot m^{-2}}$; odvozená jednotka se nazývá pascal a značí Pa]
Pozn. Jednotka N viz př. 4.

12.6 Molární hmotnost $M = \frac{m}{n}$, kde m značí hmotnost látky, jejíž látkové množství je n.
[kg/mol; většinou se pracuje s jednotkou g/mol]

12.7 Molární (látková) koncentrace $c = \frac{n}{V}$, kde n je látkové množství dané látky obsažené v roztoku o objemu V.
[$\mathrm{mol \cdot m^{-3}}$, většinou se používá jednotka $\mathrm{mol \cdot dm^{-3} = mol \cdot l^{-1}}$ = mol/l]

12.8 Hmotnostní koncentrace $c_m = \frac{m}{V}$, kde m je hmotnost dané látky rozpuštěné v roztoku o objemu V.
[$\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, často se používá jednotka g/ml, neboli $\mathrm{g \cdot cm^{-3}}$]

12.9 Tepelná kapacita soustavy $C = \frac{Q}{\Delta T}$, kde Q je teplo přijaté soustavou při tepelné výměně, při které se teplota soustavy zvýší o ΔT (v soustavě nesmí při tom dojít ke skupenské změně).
[$\mathrm{J \cdot K^{-1}}$]
Pozn. Jednotka J viz př. 5.

12.10 Molární skupenské teplo tání $l_t = \frac{L_t}{n}$, kde L_t je teplo potřebné na skupenskou přeměnu tuhé látky s látkovým množstvím n na kapalinu téže teploty.
[J · mol^{-1}]
Pozn. Jednotka J viz př. 5.

12.11 Povrchová energie (mezifázová energie) $\gamma = \frac{E}{S}$ (γ – malé gama), kde E je energie potřebná ke zvětšení povrchu kapaliny (rozhraní mezi dvěma fázemi) o plochu s obsahem S.
[J · m^{-2}]
Pozn. Jednotka J viz př 5.

12.12 Elektrický náboj $Q = I \cdot t$, kde I je konstantní proud procházející obvodem po dobu t.
[A · s; odvozená jednotka se nazývá coulomb a značí C]

12.13 Elektrické napětí $U = \frac{W}{Q}$ mezi body A – B elektrického pole, kde W je práce potřebná na přemístění kladného náboje Q z bodu B do bodu A.
[J/C; odvozená jednotka se nazývá volt a značí V; je to také jednotka elektrického potenciálu]
Pozn. Jednotka J viz př. 5, jednotka C viz př. 12.12.

12.14 Kapacita kondenzátoru $C = \frac{Q}{U}$, kde U je napětí desky s kladným nábojem Q vůči druhé desce kondenzátoru, která je uzemněna.
[C/V; odvozená jednotka se nazývá farad a značí F, v praxi je třeba používat jednotky o mnoho řádů menší, např. μF nebo nF anebo pF]
Pozn. Jednotka C viz př. 12.12, jednotka V viz př. 12.3.

12.15 Elektrická vodivost $G = 1/R$, kde R je odpor vodiče.
[Ω^{-1}, odvozená jednotka se nazývá siemens a značí se S.]
Pozn. Jednotka Ω viz př. 13.1.

12.16 Molární vodivost $\Lambda = \frac{\kappa}{c}$ (Λ – velké lambda), kde κ (malé kappa) je měrná elektrická vodivost roztoku elektrolytu s molární koncentrací c.
[$\frac{\mathrm{S \cdot m^{-1}}}{\mathrm{mol \cdot m^{-3}}} = \mathrm{S \cdot m^2 \cdot mol^{-1}}$]
Pozn. Jednotka $S \cdot m^{-1}$ viz 13.3, jednotka mol · mol^{-3} viz př. 12.7.

12.17 Zářivý tok $\Phi_e = \frac{Q_e}{t}$ (Φ_e - velké fí s indexem e), kde Q_e je energie záření přenesená daným zářivým tokem za dobu t.
[J · s^{-1} = W]
Pozn. Jednotka J viz 5, jednotka W viz př. 12.3.

12.18 Ozářenost (intenzita ozařovaní) $E_e = \frac{\Phi_e}{S}$, kde Φ_e je zářivý tok, který dopadá na plochu o obsahu S.
[W · m^{-2}]
Pozn. Jednotka W viz př. 12.3 a 12.17.

12.19 Veličina T – propustnost záření (transmitance) při jeho průchodu pohlcujícím prostředím; definiční rovnice $T = \frac{\Phi_e}{\Phi_{e0}}$, kde Φ_{e0} je tok záření, které vstupuje do pohlcujícího prostředí, Φ_e je tok záření, které vystupuje z prostředí (tok zbylého, tj. nepohlceného záření).
[W/W = 1; bezrozměrná veličina]
Pozn. Jednotka W viz př. 12.3 a 12.17.

12.20 Pro veličinu osvětlenost plochy (také nazýváno intenzita osvětlení plochy) značené písmenem E_s platí, že $E_s = \frac{\Phi_s}{S}$, dopadá-li na plochu s obsahem S rovnoměrně světelný tok Φ_s (velké fí s indexem s).
[lm/m^2 = cd · sr · m^2, odvozená veličina se nazývá lux a značí se lx]
Pozn. Jednotka lm viz př. 13.9.

12.21 Aktivita radioaktivního zářiče $A = \frac{N}{t}$, kde N je počet přeměněných atomových jader (počet radioaktivních přeměn) za dobu t.
[1/s = s^{-1}, odvozená veličina se nazývá becquerel a značí se Bq]
Pozn. Veličina počet je bezrozměrná, tj. její jednotka je 1.

12.22 Měrná aktivita (jinak také hmotnostní aktivita) dané látky $a_m = \frac{A}{m}$, kde A je aktivita, m hmotnost této látky.
[Bq/kg = kg^{-1} · s^{-1}]
Pozn. Jednotka Bq viz př. 12.21.

12.23 Kinematická viskozita $\nu = \frac{\eta}{\rho}$, kde η je dynamická viskozita, ρ je hustota dané kapaliny.

[$[\nu] = \mathrm{Pa} \cdot \mathrm{s} \cdot \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}$ = Pa · s · m^3 · kg^{-1}]

Pozn. jednotka dynamické viskozity Pa · s viz př. 13.7.
Na základě toho, že jednotku Pa lze vyjádřit jako N · m^{-2} a jednotku N jako kg · m · s^{-2}, lze upravit na obvykle užívané vyjádření jednotky kinematické viskozity

$$[\nu] = \mathrm{Pa} \cdot \mathrm{s} \cdot \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \cdot \mathrm{s} \cdot \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{m}^2} \cdot \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}} = \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}} = \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

13. V následujících dílčích příkladech odvoďte jednotky zadaných veličin na základě uvedených definičních rovnic. Příslušnou veličinu úpravou definiční rovnice separujte na jedné straně a její jednotku odvoďte dosazením do takto upravené rovnice. Vyjádřete ji v jednotkách veličin, které v definičních rovnicích vystupují (není třeba vyjadřovat odvozenou jednotku jen s využitím jednotek základních).

13.1 Elektrický odpor vodiče R, definiční rovnice $U = R \cdot I$, kde I je proud protékající vodičem při napětí U.
[rovnice $R = \frac{U}{I}$; $[R]$ = V · A^{-1}; odvozená jednotka se nazývá ohm a značí Ω – velké omega.]
Pozn. Jednotka V viz př. 12.13.

13.2 Měrný elektrický odpor ρ (malé ró); definiční rovnice $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$, kde R je elektrický odpor vodiče, který má délku l a konstantní průřez o obsahu S.

[rovnice $\rho = \frac{R \cdot S}{l}$; $[\rho] = \frac{\Omega \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{m}} = \Omega \cdot \mathrm{m}$]

Pozn. Jednotka Ω viz př. 13.1.

13.3 Měrná elektrická vodivost κ (malé kappa); definiční rovnice $G = \kappa \cdot \frac{S}{l}$, kde G je vodivost vodiče, S obsah jeho průřezu a l jeho délka.

[rovnice $\kappa = \frac{G \cdot l}{S}$; $[\kappa] = \frac{\mathrm{S} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{S} \cdot \mathrm{m}^{-1}$]

Pozn. Jednotka S viz př. 12.15.

13.4 Měrná tepelná kapacita c, definiční rovnice $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$, kde Q je teplo přijaté danou chemicky stejnorodou látkou o hmotnosti m, které tak zvýší teplotu této látky o ΔT (nesmí dojít ke skupenské změně).

[rovnice $c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$; $[c] = \mathrm{J} \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$]

Pozn. Jednotka J viz př. 5.

13.5 Molární tepelná kapacita C, definiční rovnice $Q = C \cdot n \cdot \Delta T$, kde Q je teplo přijaté danou čistou látkou o látkovém množství n, které zvýší teplotu této látky o ΔT (nesmí dojít ke skupenské změně).

[rovnice $C = \frac{Q}{n \cdot \Delta T}$; $[C] = \mathrm{J} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$]

Pozn. Jednotka J viz př. 5.

13.6 Molární plynová konstanta (univerzální) R, definiční rovnice $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$, kde p je tlak, V objem, T termodynamická teplota a n látkové množství ideálního plynu.

[rovnice $R = \frac{p \cdot V}{n \cdot T}$; $[R] = \mathrm{Pa} \cdot \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{mol}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$; vzhledem k tomu, že $\mathrm{Pa} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-2}$ a že $\mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{J}$, lze upravit na obvykle uváděnou jednotku $\mathrm{J} \cdot \mathrm{mol}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1}$.]

Pozn. Jednotka Pa viz př. 12.5.

13.7 Dynamická viskozita η (malé éta), definiční rovnice $F = \eta \cdot \frac{S \cdot \Delta v}{\Delta y}$, kde F je síla, kterou na sebe působí vzájemně dvě plošky stejného obsahu S, jež jsou v rovnoběžných vrstvách proudící kapaliny, které se pohybují různými rychlostmi s rozdílem Δv, a které jsou od sebe vzdáleny o rozdíl délky Δy.

[rovnice $\eta = \frac{F \cdot \Delta y}{S \cdot \Delta v}$; $[\eta] = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}} = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{m}^2}$; vzhledem k tomu, že $\mathrm{N/m}^2 = \mathrm{Pa}$, je obvykle používána odvozená jednotka $\mathrm{Pa} \cdot \mathrm{s}$, respektive tisíckrát menší díl (předpona mili) této jednotky $\mathrm{mPa} \cdot \mathrm{s}$.]

Pozn. Jednotka N viz 4, jednotka Pa viz př. 12.5.

13.8 Magnetická indukce B (vektor), definiční rovnice je $F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin\alpha$, kde F je magnetická síla působící na vodič, který se nachází v magnetickém poli svojí délkou l a prochází jím elektrický proud I, přičemž α je úhel, který svírá vodič s indukčními čarami magnetického pole (tj. s vektorem B).

[rovnice $B = \dfrac{F}{I \cdot l \cdot \sin\alpha}$; $[B] = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{m} \cdot 1} = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}}$, odvozená veličina se nazývá tesla a značí se T]

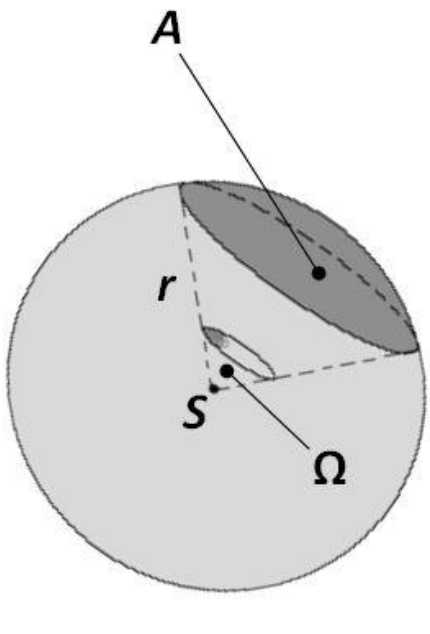
Pozn. Funkce úhlu sin α je poměr délek dvou stran trojúhelníka (délka protilehlé odvěsny ku délce přepony), jednotka = m/m = 1, tj. veličina je bezrozměrná; jednotka N viz př. 4.

13.9 Světelný tok Φ_s (velké fí s indexem s); definiční rovnice $I_s = \dfrac{\Phi_s}{\Omega}$, kde Φ_s je světelný tok do prostorového úhlu Ω (velké omega) z bodového všesměrového zdroje se svítivostí I_s.

[rovnice $\Phi_s = I_s \cdot \Omega$; $[\Phi_s] = \mathrm{cd} \cdot \mathrm{sr}$, odvozená veličina se nazývá lumen a značí se lm]

Pozn. Prostorový úhel je vymezen rotační kuželovou plochou (pláštěm kužele). Jednotka této veličiny se nazývá steradián a značí sr. Při měření prostorového úhlu ve steradiánech vycházíme z toho, že na kulové ploše (povrchu koule), která má libovolný poloměr (r) a střed ve vrcholu měřeného úhlu, vytkne tento úhel (kužel) plochu (kulový vrchlík) o obsahu S (viz obr.) Hodnotu prostorového úhlu ve steradiánech pak vypočteme dle vztahu $\Omega = \dfrac{S}{r^2}$ (pro daný úhel poměr obsahu vrchlíku ku obsahu čtverce r^2 nezávisí na hodnotě r); jednotka prostorového úhlu 1 steradián = m^2/m^2 = 1, tj. prostorový úhel je bezrozměrná veličina. Úplný prostorový úhel (vrchlík přes celou kulovou plochu) je roven poměru obsahů povrchu koule a čtverce jejího poloměru

$$\Omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi \text{ sr} = 12{,}57 \text{ sr}$$



Obr. Znázornění prostorového úhlu 1 steradián

Prostorový úhel je na obrázku značen písmenem Ω, S je střed kulové plochy o poloměru r. Na této ploše vytkne 1 steradián kulový vrchlík A, jehož obsah se rovná r^2.

1.2 Jednotky fyzikálních veličin – násobky a díly jednotek

Výklad učiva naleznete v učebnici Svoboda E. a kol. (1996 a 2006). Pro rychlejší orientaci jsou častěji používané předpony pro dekadické násobky a díly jednotek SI shrnuty v tabulce 5.

Tabulka 5

Předpona		Znamená násobek
Název	Značka	
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hekto	h	10^{2}
deka	da	10^{1}
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
mikro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
piko	p	10^{-12}

Příklady

1.1 Kolik V je 1 kV? [1 kV = 1 000 V]

1.2 Kolik J je 1 MJ? [1 MJ = 1 000 000 J]

1.3 Kolik dm má 1 m? [1 m = 10 dm]

1.4 Kolik cg má 1 g? [1 g = 100 cg]

1.5 Kolik ns má 1 s? [1 s = 1 000 000 000 ns = 10^9 ns]

1.6 Kolik mV má 1 V [1 V = 1 000 mV]

2.1 Vyjádřete délku 1 280 cm v m.

$$1\,280\ \mathrm{cm} \cdot \frac{1\ \mathrm{m}}{100\ \mathrm{cm}} = \frac{1\,280}{100}\ \mathrm{m} = 12{,}8\ \mathrm{m}$$

2.2 Vyjádřete náboj 96 500 000 C v MC

$$96\,500\,000\ \mathrm{C} \cdot \frac{\mathrm{MC}}{1\,000\,000\ \mathrm{C}} = \frac{96\,500\,000}{1\,000\,000}\ \mathrm{MC} = 96{,}5\ \mathrm{MC}$$

2.3 Vyjádřete vodivost 0,35 S v mS.

$$0{,}35\ \mathrm{S} \cdot \frac{1\,000\ \mathrm{mS}}{\mathrm{S}} = 0{,}35 \cdot 1\,000\ \mathrm{mS} = 350\ \mathrm{m}S$$

2.4 Vyjádřete proud 269 μA v A

$$269\ \mu\text{A} \cdot \frac{\text{A}}{1\,000\,000\ \mu\text{A}} = \frac{269}{1\,000\,000}\ \text{A} = 2{,}69 \cdot 10^{-4}\ \text{A}$$

2.5 Vyjádřete kapacitu $3{,}4 \cdot 10^{-11}$ F v pF.

$$3{,}4 \cdot 10^{-11}\ \text{F} \cdot \frac{10^{12}\ \text{pF}}{1\ \text{F}} = 3{,}4 \cdot 10\ \text{pF} = 34\ \text{pF}$$

2.6 Vyjádřete látkové množství 15 μmol v mol.

$$15\ \mu\text{mol} \cdot \frac{\text{mol}}{10^6\ \mu\text{mol}} = 1{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{mol}$$

2.7 Vyjádřete sílu $6{,}67 \cdot 10^{-5}$ N v mN

$$6{,}67 \cdot 10^{-5}\ \text{N} \cdot \frac{1\,000\ \text{mN}}{\text{N}} = 6{,}67 \cdot 10^{-2}\ \text{mN}$$

2.8 Vyjádřete tlak 101 300 Pa v hPa a v kPa.

$$101\,300\ \text{Pa} \cdot \frac{\text{hPa}}{100\ \text{Pa}} = \frac{101\,300}{100}\ \text{hPa} = 1\,013\ \text{hPa}$$

$$101\,300\ \text{Pa} \cdot \frac{\text{kPa}}{1\,000\ \text{Pa}} = \frac{101\,300}{1\,000}\ \text{kPa} = 101{,}3\ \text{hPa}$$

2.9 Vyjádřete výkon 25 000 kW v MW.

$$25\,000\ kW = 25\,000\,000\ W = 25\ MW$$

$$25\,000\ \text{kW} \cdot \frac{1\,000\ \text{W}}{\text{kW}} \cdot \frac{\text{MW}}{1\,000\,000\ \text{W}} = 25\ \text{mW}$$

$$25\,000\ \text{kW} \cdot \frac{\text{MW}}{1\,000\ \text{kW}} = 25\ \text{MW}$$

2.10 Vyjádřete hmotnost 740 dag v g a v kg.

$$740\ \text{dag} \cdot \frac{10\ \text{g}}{1\ \text{dag}} = 740 \cdot 10\ \text{g} = 7\,400\ \text{g}$$

Pozn. Starší značka pro jednotku dekagram byl dkg.

$$740\ \text{dag} \cdot \frac{10\ \text{g}}{1\ \text{dag}} \cdot \frac{1\ \text{kg}}{1\,000\ \text{g}} = 740 \cdot \frac{10}{1\,000}\ \text{kg} = 7{,}4\ \text{g}$$

2.11 Vyjádřete hmotnost 560 ng v µg

$$560\ \text{ng} \cdot \frac{1\ \text{g}}{10^9\ \text{ng}} \cdot \frac{10^6\ \mu\text{g}}{1\ \text{g}} = 560\ \text{ng} \cdot \frac{\mu\text{g}}{1\,000\ \text{ng}} = 0{,}56\ \mu\text{g}$$

2.12 Vyjádřete délku 0,653 µm v nm.

$$0{,}563\ \mu\text{m} \cdot \frac{10^9\ \text{nm/m}}{10^6\ \mu\text{m/m}} = 0{,}653 \cdot 1\,000\ \text{nm} = 653\ \text{nm}$$

2.13 Vyjádřete vodivost 891 μS v mS.

$$891\ \mu\text{S} \cdot \frac{10^3\ \text{mS/S}}{10^6\ \mu\text{S/S}} = 891 \cdot 10^{-3}\ \text{mS} = 0{,}891\ \text{mS}$$

2.14 Vyjádřete hmotnost 60 Pg v Tg, v Mg (tunách) a v kg.

$60\ \text{Pg} = 60 \cdot 10^{15}\ \text{g} = 60 \cdot 10^{9} \cdot 10^{6}\ \text{g} = 60 \cdot 10^{9}\ \text{Mg} = 60 \cdot 10^{12} \cdot 10^{3}\ \text{g} = 60 \cdot 10^{12} \cdot \text{kg}$

$$60\ \text{Pg} \cdot \frac{10^{15}\ \text{g}}{\text{Pg}} \cdot \frac{\text{Tg}}{10^{12}\ \text{g}} = 60 \cdot 10^{3}\ \text{Tg}$$

$$60\ \text{Pg} \cdot \frac{10^{15}\ \text{g}}{\text{Pg}} \cdot \frac{\text{Mg}}{10^{6}\ \text{g}} = 60 \cdot 10^{9}\ \text{Mg}$$

$$60\ \text{Pg} \cdot \frac{10^{15}\ \text{g}}{\text{Pg}} \cdot \frac{\text{kg}}{10^{3}\ \text{g}} = 60 \cdot 10^{12}\ \text{kg}$$

3.1 Vyjádřete obsah 52 300 m^2 v km^2.

Předem je třeba uvážit vztah mezi m *a* km : km = 1000 m => 1 m = 10^{-3} km

$$52\,300\ \text{m}^2 = 52\,300 \cdot (10^{-3}\ \text{km})^2 = 52\,300 \cdot 10^{-6}\ \text{km}^2 \equiv 5{,}23 \cdot 10^{-2}\ \text{km}^2 \equiv 0{,}0523\ \text{km}^2$$

3.2 Vyjádřete obsah 0,52 m^2 v dm^2.

$$0{,}52\ \text{m}^2 = 0{,}52 \cdot (10\ \text{dm})^2 = 0{,}52 \cdot 100\ \text{m}^2 \equiv 52\ \text{dm}^2$$

3.3 Vyjádřete obsah 238 cm^2 v m^2.

$$238\ \text{cm}^2 = 238 \cdot (10^{-2}\ \text{m})^2 = 238 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 \equiv 2{,}38 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2$$

3.4 Vyjádřete objem 63 m^3 v dm^3.

$$63\ \text{m}^3 = 63 \cdot (10\ \text{dm})^3 = 63 \cdot 10^3\ \text{dm}^3 \equiv 63\,000\ \text{dm}^3 \equiv 63\,000\ \text{l (litrů)}$$

Pozn. Jednotka dm^3 je rovna jednotce objemu litr (značka l nebo L), kterou je možno používat spolu s jednotkami objemu SI. V praxi se běžně používají násobky a díly jednotky 1 litr podle předpon používaných SI; jsou to především mililitry (ml) a hektolitry (hl).

3.5 Vyjádřete vztah mezi jednotkami objemu ml a cm^3.

$$1\ \text{ml} = 10^{-3}\ \text{l} = 10^{-3}\ \text{dm}^3 = 10^{-3} \cdot (10\ \text{cm})^3 = 10^{-3} \cdot 10^3\ \text{cm}^3 = 1\ \text{cm}^3$$

3.6 Vyjádřete vztah mezi jednotkami objemu hl a m^3.

$$1\ \text{hl} = 10^2\ \text{l} = 10^2\ \text{dm}^3 = 10^2 \cdot (10^{-1}\ \text{m})^3 = 10^2 \cdot 10^{-3}\ \text{cm}^3 = 0{,}1\ \text{m}^3,\ \text{resp. } 10\ \text{hl} = 1\ \text{m}^3$$

4.1 Převeďte jednotku měrné vodivosti S/m na S/cm.

$$1\frac{\text{S}}{\text{m}} = \frac{\text{S}}{100\text{cm}} = 0{,}01\frac{\text{S}}{\text{cm}}$$

4.2 Převeďte jednotku měrné tepelné kapacity J/(K · g) na J/(K · kg).

$$1\frac{\text{J}}{\text{K}\cdot\text{g}} = \frac{\text{J}}{\text{K}\cdot 10^{-3}\text{kg}} = 1\ 000\frac{\text{J}}{\text{K}\cdot\text{kg}}$$

4.3 Převeďte jednotku mezifázové energie J/dm^2 na J/m^2.

$$1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{dm}^2}=\frac{\mathrm{J}}{(0{,}1\mathrm{m})^2}=\frac{\mathrm{J}}{0{,}01\mathrm{m}^2}=100\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2}$$

4.4 Převeďte jednotku hustoty g/cm^3 na g/m^3.

$$1\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}=\frac{\mathrm{g}}{(0{,}01\cdot\mathrm{m})^3}=\frac{\mathrm{g}}{(10^{-2}\cdot\mathrm{m})^3}=\frac{\mathrm{g}}{10^{-6}\mathrm{m}^3}=10^6\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}$$

4.5 Převeďte jednotku molární koncentrace mol/l na mol/m^3.

$$1\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{l}}=1\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{dm}^3}=\frac{\mathrm{mol}}{(0{,}1\mathrm{m})^3}=\frac{\mathrm{mol}}{0{,}001\mathrm{m}^3}=1000\,\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{m}^3}$$

4.6 Převeďte jednotku hmotnostní koncentrace kg/m^3 na g/cm^3, tj. na g/ml.

$$1\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}=\frac{1000\mathrm{g}}{(100\mathrm{cm})^3}=\frac{1000\mathrm{g}}{10^6\,\mathrm{cm}^3}=10^{-3}\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}\equiv10^{-3}\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{ml}}$$

5.1 Vyjádřete čas 1 h 25 min v sekundách.

$$1\ \mathrm{h}+25\ \mathrm{min}=60\ \mathrm{min}+25\ \mathrm{min}=85\ \mathrm{min}=85\ \mathrm{min}\cdot\frac{60\ \mathrm{s}}{1\ \mathrm{min}}=5\,100\ \mathrm{s}$$

5.2 Vyjádřete čas 713 min 27 s v hodinách.

$$713\ \mathrm{min}+27\ \mathrm{s}=713\ \mathrm{min}\cdot\frac{1\ \mathrm{h}}{60\ \mathrm{min}}+27\ \mathrm{s}\cdot\frac{1\ \mathrm{min}}{60\ \mathrm{s}}\cdot\frac{1\ \mathrm{h}}{60\ \mathrm{min}}=$$
$$=11{,}8833\ \mathrm{h}+0{,}0075\ \mathrm{h}=11{,}8908\ \mathrm{h}$$

5.3 Převeďte jednotku rychlosti km/h na m/s.

$$1\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\cdot\frac{1000\ \mathrm{m}}{\mathrm{km}}\cdot\frac{\mathrm{h}}{60\cdot60\ \mathrm{s}}=\frac{1000}{3600}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}=0{,}278\ \mathrm{m/s}$$
$$=11{,}8833\ \mathrm{h}+0{,}0075\ \mathrm{h}=11{,}8908\ \mathrm{h}$$

5.4 Vyjádřete rychlost 25 m/s v jednotce km/h.

$$25\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot\frac{\mathrm{km}}{1000\ \mathrm{m}}\cdot\frac{60\cdot60\ \mathrm{s}}{\mathrm{h}}=25\ \cdot\ \frac{3600}{1000}\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}=90\ \mathrm{km/h}$$

5.5 Převeďte jednotku objemového průtoku l/s (litry za sekundu) na m^3/h (metry krychlové za hodinu).

$$1\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{s}}=1\frac{\mathrm{dm}^3}{\mathrm{s}}\cdot\frac{60\cdot60\,\mathrm{s}}{\mathrm{h}}=1\frac{(0{,}1\mathrm{m})^3\cdot3600}{\mathrm{h}}=\frac{0{,}001\,\mathrm{m}^3\cdot3600}{\mathrm{h}}=3{,}6\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$$

5.6 Kolik J odpovídá 1 kWh?

J (joule) je jednotka práce (A), W (watt) je jednotka výkonu (P). Z definice výkonu $P = A/t$ plyne, že jednotka W = J/s, a že jednotku J je tudíž možno vyjádřit jako W · s. Převedeme tedy kWh na Ws (J):

$$1\,\text{kWh}\cdot\frac{1000\,\text{W}}{\text{kW}}\cdot\frac{3\,600\,\text{s}}{\text{h}}=3{,}6\cdot10^6\,\text{W}\cdot\text{s}=3{,}6\ \cdot\ 10^6\,\text{J}=3{,}6\,\text{MJ}$$

6.1 Model je z materiálu o hustotě 0,40 g/cm^3. Odlitek podle modelu (oba předměty mají totožný tvar) je z materiálu o hustotě 2 700 kg/m^3. Který z nich je těžší (má větší hustotu)? [Převedeme na společnou jednotku a porovnáme. Buď 0,4 g/cm^3 = 400 kg/m^3 porovnáme s hodnotou 2 700 kg/m^3, nebo 2 700 = 2,7 g/cm^3 porovnáme s hodnotou 0,40 g/cm^3. Model má menší hustotu, takže při stejném objemu je lehčí než odlitek.]

6.2 První auto se pohybuje rychlostí 70 km/h, druhé rychlostí 24 m/s. Které jede rychleji? [Převedeme na společnou jednotku a porovnáme. Buď 70 km/h = 19,4 m/s porovnáme s hodnotou 24 m/s, nebo 24 m/s = 86,4 km/h porovnáme s hodnotou 70 km/h. Rychleji jede 2. auto.]

2. Pohyb rovnoměrný přímočarý a průměrná rychlost

1. Za jak dlouho urazí světlo vzdálenost mezi Sluncem a Zemí? Uvažujte, že vzdálenost mezi oběma tělesy $d = 150\cdot10^6$ km a rychlost světla $c = 3\cdot10^8$ m/s.
[$t = d/c = 150\cdot10^9/3\cdot10^8$ = 500s = 8,33 min]

2. Auto jelo první úsek dlouhý 18 km průměrnou rychlostí 60 km/h, druhý úsek dlouhý 48 km průměrnou rychlostí 80 km/h. Jaká byla jeho průměrná rychlost na obou úsecích?
[1. úsek t = 0,3 h; 2. úsek t = 0,6 h; celková dráha t = 0,9 h; s = 66 km; v = 73,3 km/h]

3. Auto jelo celou dráhu průměrnou rychlostí 75 km/h, cesta trvala 0,8 h. První úsek dlouhý 50 km jelo rychlostí 110 km/h. Jaká byla celková dráha, jakou průměrnou rychlostí jelo druhý úsek?
[celková dráha s = 60 km; 1. úsek t = 0,455 h; 2. úsek s = 10 km; t = 0,345 h; v = 29 km/h]

4. Automobil pojede celkovou dráhu dlouhou 110 km. První úsek dlouhý 12 km pojede průměrnou rychlostí pouze 30 km/h, zbytek cesty pojede průměrnou rychlostí 95 km/h. Jakou dobu pojede první úsek, jakou dobu pojede druhý úsek, jaká bude celková průměrná rychlost na celé dráze? [doba jízdy pro 1. úsek t = 0,4 h; pro 2. úsek t = 1,03 h; celková průměrná rychlost v = 76,92 km/h]

5. Auto jelo první úsek průměrnou rychlostí 55 km/h po dobu 0,2 h. Druhý úsek dlouhý 40 km jelo průměrnou rychlostí 85 km/h. Jak dlouhý byl první úsek, jak dlouho jelo auto druhý úsek, Jaká byla celková průměrná rychlost automobilu? [délka 1. úseku s = 11 km; doba jízdy pro 2. úsek t = 0,47 h; celková průměrná rychlost v = 76,1 km/h]

6. Z Prahy do Brna (vzdálenost 200 km) vyjelo auto průměrnou rychlostí 100 km/h.
Ve stejnou dobu vyjelo auto z Brna do Prahy průměrnou rychlostí 70 km/h.
a) Za jak dlouho se auta potkají? [1,176 h]
b) Jak daleko od Prahy se potkají? [117,6 km]

7. Z Prahy vyjelo auto průměrnou rychlostí 60 km/h. Za 30 minut vyjelo za ním druhé auto průměrnou rychlostí 90 km/h.
a) Za jak dlouho od výjezdu prvního auta dohoní druhé auto první? [1,5 h]
b) Jak daleko od Prahy dohoní druhé auto první? [90 km]

8. Z Ústí nad Labem vyjel vlak do Prahy (vzdálenost 100 km) průměrnou rychlostí 60 km/h. Ve stejnou dobu vyjel z Prahy vlak do Ústí průměrnou rychlostí 40 km/h. Z Prahy vyletí současně s vlakem vlaštovka rychlostí 120 km/h. Když vlaštovka potká ústecký vlak, vrátí se, když potká pražský vlak, opět se vrátí. Tak vlaštovka létá, dokud se oba vlaky nepotkají. Kolik km vlaštovka nalétá? [120 km; Počítáme na základě toho, že vlaštovka létá průměrnou konstantní rychlostí po dobu, než se oba vlaky setkají. Tuto dobu vypočteme nejprve, a to postupem obdobným jako v příkladu 5. Pro výpočet dráhy letu vlaštovky je podstatné to, jak dlouho létá a že máme uvažovat její konstantní průměrnou rychlost. Pro výpočet není podstatné, kde vlaštovka létá. Není tedy potřeba počítat dílčí časy letu k prvnímu vlaku a pak zase zpět k druhému a tak dále a tyto časy nakonec sečíst.]

3. Pohyb rovnoměrně zrychlený a zpomalený a volný pád

1. Při závodu dragsterů bylo v roce 1977 dosaženo rekordního zrychlení: za 3,72 s z nulové rychlosti na 628,85 km/h; na raketových saních bylo v roce 1958 dosaženo rekordního zrychlení: za 0,04 s z nulové rychlosti na 116 km/h. Vypočtěte, jaká byla průměrná zrychlení v m/s^2. [Dragster v = 174,68 m/s; a = 46,92 m/s^2; rak. saně v = 32,2 m/s; a = 805 m/s^2 - zrychlení odpovídá násobku 82 tíhových zrychlení – při delší době by bylo smrtelné.]

2. Řidič se blíží ke křižovatce a začne mírně brzdit, rychlost auta se sníží z rychlosti 21 m/s na rychlost 12 m/s během 3 s. Vypočtěte průměrné zrychlení auta. [a = −3 m/s^2, záporné zrychlení znamená, že se rychlost snižuje]

3. Zedník na lešení zakopl, shodil kladívko a vodováhu. Předměty spadly z výšky 10 m volným pádem. Jak dlouho padalo kladívko o hmotnosti 2,00 kg a jak dlouho vodováha o hmotnosti 0,30kg? Jaké byly rychlosti předmětů v okamžiku dopadu? [Zrychlení při volném pádu je stejné pro všechna tělesa, průběh pádu nezávisí na hmotnosti těles; doba pádu 1,43 s; rychlost v okamžiku dopadu 14,0 m/s (pokud uvažujeme směr dolů jako záporný, pak −14 m/s).]

4. Těleso padalo volným pádem; na počátku mělo nulovou rychlost. V okamžiku dopadu mělo rychlost 44,15 m/s (pokud uvažujeme směr dolů jako záporný, pak −44,15 m/s). Z jaké výšky padalo? [čas t = 4,50 s; výška h = 99,35 m]

5. Auto jede konstantní rychlostí 20 m/s. Začne zrychlovat s konstantním zrychlením 3 m/s^2 (ve směru pohybu). Jaké rychlosti dosáhne za 4 s? Jakou vzdálenost urazí za uvedenou dobu? [rychlost v = 32 m/s; vzdálenost s = 104 m]

6. Auto se pohybovalo rychlostí 21 m/s. Začalo brzdit s konstantním záporným zrychlením (působí proti směru rychlosti) a brzdilo 3 s, přičemž urazilo vzdálenost 55 m. Na jakou hodnotu klesla jeho rychlost po uvedených 3 s brzdění? [zrychlení a = –1,78 m/s^2, konečná rychlost v = 15,67 m/s]

7. Kámen o hmotnosti 100 g spadl na dno studny volným pádem za 5 s. Jak je studna hluboká? Jakou rychlostí dopadl kámen na dno studny? Jaké zrychlení měl kámen v polovině dráhy? [hloubka h = 122,6 m, rychlost dopadu v = 49,05 m/s, stále stejné zrychlení g = 9,81 m/s^2]

8. Záchytné lano na letadlové lodi zastaví letadlo přistávající rychlostí 260 km/h na dráze 100 m. Jaké je záporné zrychlení letadla (uvažujte konstantní zrychlení po celou dobu záchytu)? Za jak dlouho se letadlo zastaví?
[zrychlení $a = -26{,}08$ m/s^2, t = čas 2,77 s]

9. Vlak po odjezdu ze stanice urazil za 20 s dráhu 0,5 km. Jaké bylo zrychlení vlaku (uvažujte konstantní zrychlení po celých 20 s)? Jaká byla po těchto 20 s okamžitá rychlost vlaku? [zrychlení a = 2,5 m/s^2, rychlost v = 50 m/s]

10. Dešťové kapky dopadají na zem rychlostí asi 8 m/s. Jakou rychlostí by dopadaly z mraků nacházejících se ve výši 2 km, kdyby nebyly brzděny odporem vzduchu (tj. uvažujte volný pád)? [rychlost dopadu v = 198 m/s]

11. Felix Baumgartner v roce 2012 při pokusu o rekordní výšku dosaženou balonem a rekordní rychlost dosaženou při volném pádu vystoupal balonem plněným heliem do výšky 39 045 m a vyskočil. Hustota vzduchu v takových výškách je tak nízká, že odpor vzduchu můžeme zanedbat a uvažovat skutečně volný pád. Baumgartner dosáhl maximální rychlosti 1 342,8 km/h, pak otevřel padák. Jak dlouho padal volným pádem? Jakou za tu dobu uletěl dráhu? [doba pádu t = 38 s; dráha s = 7083 m; potřebný mezivýsledek rychlost v = 373 m/s]

4. Síla – II. Newtonův zákon, hybnost, impuls síly

1. Síla 20 N působí na těleso o hmotnosti 5 kg. Jaké zrychlení mu uděluje?
Jakou rychlost dosáhne těleso působením síly po dobu 2 s,
a) jestliže se těleso před působením síly nepohybovalo?
b) jestliže se těleso již před působením síly pohybovalo rychlostí 5 m/s ve směru působení síly?
c) jestliže se těleso již před působením síly pohybovalo rychlostí 5 m/s proti směru působení síly ($v_0 = -5$ m/s)?
[zrychlení a = 4 m/s^2, rychlosti v a) 8 m/s; b) 13 m/s; c) 3 m/s]

2. Těleso se pohybuje po přímce konstantní rychlostí 20 m/s. Síla 50 N působící ve směru pohybu je začne urychlovat se zrychlením 0,5 m/s^2. Jakou hmotnost mělo těleso? Jaké rychlosti dosáhne těleso za 10 s? [hmotnost m = 100 kg; rychlost v = 25 m/s]

3. Na těleso o hmotnosti 5 kg pohybující se rychlostí 6 m/s začne působit ve směru jeho pohybu síla 40 N. Jaké zrychlení mu uděluje? Jakou dobu tato síla musí působit, aby se jeho rychlost zvýšila na 38 m/s. Jakou dráhu těleso při zrychlování urazí? Vypočtěte impuls síly dodaný tělesu a změnu hybnosti tělesa. [zrychlení a = 8 m/s^2; čas t = 4 s, dráha s = 88 m; impuls síly I = 160 N · s, změna hybnosti Δp = 160 kg · m/s]

4. Nákladní automobil o hmotnosti 5 000 kg jede rychlostí 15 m/s. Působením konstantní síly ve směru pohybu se jeho rychlost zvýší během 2,5 s na 20 m/s. Jakým zrychlením musí být automobil urychlován? Jaká síla vyvolává toto zrychlení? Jakou dráhu urazí auto při zrychlování? Dále vypočtěte impuls síly dodaný autu a změnu hybnosti automobilu. [zrychlení a = 2m/s^2; síla F = 10 kN; dráha s = 43,75 m; impuls síly I = 25 000 N · s; změna hybnosti Δp = 25 000 kg · m/s]

5. Nákladní automobil o hmotnosti $6 \cdot 10^3$ kg jede rychlostí 25 m/s. Začne brzdit konstantní silou a zastaví se za 15 s. Vypočtěte zrychlení, brzdnou sílu a brzdnou dráhu. Dále vypočtěte změnu hybnosti automobilu a impuls síly, který vyvolal změnu rychlosti automobilu. [zrychlení $a = -1{,}67$ m/s^2 (vyjde záporné, protože došlo ke snížení rychlosti), síla $F = -10$ kN (záporná, protože působila proti směru původního pohybu); dráha s = 187,5 m; impuls $I = -150\ 000$ N · s (impuls vyvolala záporná síla, musí tedy vyjít záporný); změna hybnosti $\Delta p = -150\ 000$ kg · m/s (hybnost klesla, proto záporná změna)]

6. Těleso o hmotnosti 10 kg zvýšilo svoji rychlost z 15 m/s na 20 m/s během 2 s. Vypočtěte potřebné zrychlení tělesa (uvažujte konstantní zrychlení během celého děje), sílu, která zrychlení vyvolala, dráhu během zrychlování. Dále určete dodaný impuls síly a změnu hybnosti. [zrychlení a = 2,5 m/s^2; síla F = 25 N; dráha s = 35 m; impuls I = 50 N · s; změna hybnosti Δp = 50 kg · m/s]

7. Těleso o hmotnosti 3 kg se pohybovalo konstantní rychlostí 4 m/s. Působením síly ve směru pohybu se jeho rychlost zvýšila na 20 m/s se zrychlením 2 m/s^2. Jak velká byla působící síla? Jakou dobu musela působit? Jakou dráhu těleso urazilo během zrychlování?
[síla F = 6 N; čas t = 8 s; dráha s = 96 m]

8. Těleso o hmotnosti 50 kg zvýšilo působením konstantní síly svoji rychlost z 10 m/s na 15 m/s. Jak velká síla by musela působit na těleso ve směru zvyšování rychlosti pohybu, jestliže
a) se rychlost zvýšila během 2 s?
b) se rychlost zvýšila během 0,5 s?
[síla F a) 125 N; b) 500 N; je možné, nikoliv nutné řešit dle vztahu $\Delta p = I = F \cdot \Delta t$; Δp = 250 kg · m/s]

9. Auto o hmotnosti 1 000 kg narazilo při rychlosti 100 km/h do stromu. Vlivem deformace karoserie trvalo úplné zastavení 0,1 s. Jakou silou působilo auto na strom − uvažujte rovnoměrně zpomalený pohyb? Jaký byl impulz síly během nárazu? Jaká byla hybnost auta těsně před nárazem? [síla F = 278 kN (výchozí rychlost po potřebném přepočtu 27,8 m/s), I = 27 800 N · s, p = 27 800 kg · m/s]

10. Nákladní vagón o hmotnosti 10^4 kg se pohybuje rychlostí 0,9 m/s, narazí na vagón o hmotnosti $2 \cdot 10^4$ kg, který stojí. Vagóny se při nárazu spojí. Jakou rychlostí se dále pohybují oba vagóny po srážce a jakým směrem? [Řešení dle zákona zachování hybnosti, součet hybností před srážkou se rovná součtu hybností po srážce, po srážce se pohybují oba vagóny společně stejnou rychlostí; volíme kladný směr ve směru pohybu 1. vagónu, hybnost 1. vagónu p_1 = 9 000 kg · m/s; hybnost 2. vagónu p_2 = 0; součet hybností před srážkou je roven 9 000 kg · m/s; 9 000 kg · m/s = $(m_1 + m_2) \cdot v$ (tj, součet hybností obou vagonů po srážce počítáme ze součtu hybností obou vagonů a z jejich společné výsledné rychlosti), společná rychlost 0,3 m/s; rychlost vyšla kladná, tj. je pochopitelně ve směru původního pohybu 1. vagónu.]

11. Nákladní vagón o hmotnosti 10^4 kg se pohybuje rychlostí 0,5 m/s, narazí na vagón o hmotnosti $2 \cdot 10^4$ kg, který se pohybuje proti němu rychlostí 0,4 m/s. Vagóny se při nárazu spojí. Jakou rychlostí se dále pohybují oba vagóny po srážce a jakým směrem? [Řešení dle zákona zachování hybnosti; volíme kladný směr např. ve směru pohybu 1. vagónu; hybnost 1. vagónu p_1 = 5 000 kg · m/s, hybnost 2. vagónu $p_2 = -8\ 000$ kg · m/s, součet hybností před srážkou $-3\ 000$ kg · m/s je roven součtu hybností po srážce, kterou můžeme vyjádřit výrazem

$(m_1+m_2) \cdot v$; společná rychlost v = −0,1 m/s (záporné znaménko rychlosti znamená, že její směr je proti směru pohybu 1. vagónu).]

5. Rovnoměrný pohyb kruhový

1. Kolik radiánů má úhel o velikosti 1°? [1° odpovídá 0,0174 rad. Hodnotu úhlu vyjádřenou v radiánech spočteme dle vztahu $\varphi = s/r$ rad, kde s je délka oblouku a r poloměr. Např. pro úhel φ = 360° platí, že délka oblouku, obvod celé kružnice, je rovna $2\pi r$. Tedy úhel φ = 360° je v radiánech $\varphi = 2\pi r/r$ rad = 2π rad = 6,28 rad. Obdobně lze spočítat, že např. 180° odpovídá π rad, tj. 3,14 rad. Jestliže 360° odpovídá 6,28 rad, pak 1° odpovídá (6,28/ 360) rad.]

2. Kolik ° má úhel o velikosti 1 rad? [1 rad odpovídá 57,3°. Obdobně jestliže 6,28 rad odpovídá 360°, pak 1 rad odpovídá (360/6,28)°.]

3. Bod se pohyboval po kruhové dráze o poloměru 2 m. Urazil dráhu (délka oblouku) 5 m. Vypočtěte jeho úhlovou dráhu (jak velký úhel opsal)? Vyjádřete
a) v radiánech [$\varphi = s/r$ = 5/2 = 2,5 rad]
b) ve stupních (počítejte bez převodních vztahů uvedených u příkladů1 a 2)
[Oblouk celé kružnice, tj. $2\pi r = 2\pi \cdot 2$ = 12,56 m odpovídá 360°, z toho 5 m odpovídá (5/12,56) · 360 = 143,3°.
(Výpočet velikosti úhlu ve stupních byl obtížnější, takže z toho plyne, že při vyjadřování úhlové dráhy, případně úhlové rychlosti je vhodnější využít jednotku radián. Úhel vyjádřený ve stupních, např. 143,3°, si ovšem zřejmě spíše představíme než úhel vyjádřený v radiánech, např. 2,5 rad, což jsou 2 stejně velké úhly vyjádřené však v různých jednotkách.]

4. Cyklista jede konstantní rychlostí 5 m/s. Vnější poloměr kola bicyklu je 34 cm. Jakou úhlovou rychlostí se pohybuje ventilek kola? [Úhlová rychlost ω = 14,7 rad/s. Všechny body na otáčejícím se kole se pohybují se stejnou úhlovou rychlostí (rad/s), ale podle poloměru (jejich vzdálenosti od středu) se mohou pohybovat různou obvodovou rychlostí (m/s). Body na vnějším poloměru se pohybují úhlovou rychlostí $\omega = v/r$ = 5/0,34 = 14,7 rad/s; stejnou úhlovou rychlostí se pohybuje i ventilek.]

5. Bod rotující na poloměru 1,5 m urazil při konstantní obvodové rychlosti obloukovou dráhu 100 m za 3,33 s.
a) Jakou urazil úhlovou dráhu? [$\varphi = s/r$ = 66,7 rad]
b) Jakou obvodovou rychlostí obíhal? [$v = s/t$ = 30,0 m/s]
c) Jakou úhlovou rychlostí se pohyboval? [konstantní $\omega = v/r$ = 30/1,5 = 20 rad/s,
nebo $\omega = \varphi/t$ = 66,67/3,33 = 20,0 rad/s]
d) Jaká byla frekvence kruhového pohybu? [$f = \omega/(2\pi)$ = 20/6,28 = 3,18 s^{-1}, což znamená 3,18 Hz (pro přesněji počítané mezivýsledky 3,19 Hz)]
e) Jaká byla perioda kruhového pohybu? [$T = 1/f$ = 0,314 s]
c) S jakým dostředivým zrychlením bod rotoval? [$a_n = v^2/r = v \cdot \omega = \omega^2 \cdot r$ = 601 m/s^2]

6. Kulička o hmotnosti 0,05 kg se pohybuje po kružnici o poloměru 2 m obvodovou rychlostí 10 m/s. Vypočtěte:
a) úhlovou rychlost [ω = 5 rad/s]
b) frekvenci [f = 0,796 Hz],
c) periodu (oběžnou dobu) [T = 1,26 s],
d) dostředivé zrychlení [a_d = 50 m/s^2],
e) dostředivou sílu [F_d = 2,5 N],

f) obvodovou dráhu, kterou urazí za 10 s [s = 100 m],
g) úhlovou dráhu za tuto dobu [φ = 50 rad].

7. Těleso o hmotnosti 2 kg rotuje konstantní rychlostí na kruhové dráze o poloměru 3 m. Potřebná dostředivá síla je 150 N. Vypočtěte:
a) dostředivé zrychlení [a_d = 75 m/s^2],
b) obvodovou rychlost [v_o = 15 m/s],
c) úhlovou rychlost [ω = 5 rad/s],
d) frekvenci [f = 0,80 Hz],
e) periodu [T = 1,26 s].

8. Těleso o hmotnosti 10 kg se pohybovalo rovnoměrným kruhovým pohybem po kružnici o poloměru 5 m s frekvencí 15 Hz. Vypočtěte:
a) periodu tohoto pohybu [T = 0,0667 s],
b) úhlovou rychlost [ω = 94,2 rad/s],
c) obvodovou rychlost [v_o = 471 m/s]
d) dostředivé zrychlení [$a_d \cong$ 44 400 m/s^2],
e) odstředivou sílu [$F_o \cong$ 444 kN].

9. Těleso se pohybovalo po kružnici o poloměru 15 m s konstantní úhlovou rychlostí 10 rad/s. Při tom na ně působila dostředivá síla 3 000 N. Vypočtěte:
a) frekvenci tohoto pohybu [f = 1,59 Hz]
b) periodu tohoto pohybu [T = 0,628 s],
c) obvodovou rychlost [v_o = 150 m/s]
d) dostředivé zrychlení [a_d = 1 500 m/s^2],
e) hmotnost tělesa [m = 2 kg].

10. Auto o hmotnosti 1 000 kg projede konstantní rychlostí 90 stupňový oblouk o poloměru 10 m za 3s. Vypočtěte jeho obvodovou rychlost. Jaká musí být minimální síla tření mezi pneumatikami a vozovkou, aby auto nedostalo smyk? [2,7 kN]
Řešení: postupně vypočtete:
úhlovou dráhu v rad [úhel 90° = $\pi/2$ = 3,14 rad/2 = 1,57 rad];
úhlovou rychlost [ω = 0,52 rad/s];
dostředivé zrychlení [a_d = 2,7 m/s^2],
dostředivou sílu [F_d = 2,7 kN], síla tření musí být minimálně rovna potřebné dostředivé síle, jinak auto dostane smyk.

11. Měsíc obíhá kolem Země jedenkrát za 27 dnů ve vzdálenosti 380 000 km. Hmotnost Měsíce je 7,3 · 10^{22} kg. Jaká je frekvence jeho oběhu? Jaká je jeho rychlost na oběžné dráze? Jaká odstředivá síla na Měsíc působí? Jakou úhlovou dráhu opíše za 1 hodinu?
[frekvence f = 4,29 · 10^{-7} s^{-1}, obvodová rychlost $v \cong$ 1 020 m/s, odstředivá síla $F_o \cong$ 2 · 10^{20} N, úhlová dráha φ = 0,0097 rad]

12. Země se otočí kolem své osy jedenkrát za den. Její poloměr je 6 378 km. Jaká je frekvence otáčení? Jaká je obvodová rychlost na rovníku? Jaká odstředivá síla působí na rovníku na člověka o hmotnosti 75 kg?
[frekvence f = 1,16 · 10^{-5} s^{-1}, obvodová rychlost v = 464 m/s, odstředivá síla F_o = 2,53 N]

13. Laboratorní odstředivka má 10 000 otáček za minutu. Těžiště naplněných kyvet se otáčí na poloměru 50 mm, hmotnost naplněné kyvety je 50 g. Jaká je obvodová rychlost těžiště kyvety? Jaké je odstředivé zrychlení v těžišti? Jaká odstředivá síla působí v těžišti?
[obvodová rychlost v = 52,4 m/s, zrychlení $a \cong$ 54 800 m/s^2, síla $F_o \cong$ 2 740 N]

14. Mezinárodní kosmická stanice obíhá ve výšce 350 km nad zemským povrchem. Doba oběhu je 92 minut. Jaká je obvodová rychlost? (Poloměr Země 6 378 km) Jaká je úhlová rychlost stanice? Jaká odstředivá síla tam působí na kosmonauta o hmotnosti 75 kg? [obvodová rychlost $v \cong$ 7 660 m/s, úhlová rychlost ω = 0,00114 rad/s, odstředivá síla F_o = 654 N]

6. Tíha a Newtonův gravitační zákon

1. Tíhová síla působící na těleso je 150 N. Jakou hmotnost má těleso? [15,3 kg]

2. Těleso má objem 120 dm^3, hustotu 1 500 kg/m^3. Jaká je tíhová síla, která na ně působí? [Tíhová síla F_g = 1 766 N = 1,77 kN; potřebné mezivýsledky: objem V = 0,12 m^3, hmotnost m = 180 kg]

3. Země se pohybuje po přibližně kruhové dráze (elipsa s malou výstředností) kolem Slunce o poloměru asi 149,5 · 10^6 km (střední vzdálenost). Vypočtěte, jakou silou se obě tělesa přitahují. Podle jakého zákona lze sílu vypočítat, jaké další údaje je nutno najít v tabulkách? Vypočtěte periodu oběhu Země kolem Slunce.
[Přitažlivá síla 3,5 · 10^{22} N; Newtonův gravitační zákon; potřebná data: hmotnost Slunce M = 1,98 · 10^{30} kg, hmotnost Země m = 5,98 · 10^{24} kg,
gravitační konstanta κ = 6,67 10^{-11} N · m^2 · kg^{-2}. Při výpočtu periody vycházíme z toho, že síla, kterou je Země přitahována ke Slunci vytváří dostředivou sílu při jejím téměř kruhovém pohybu kolem Slunce. $F = m \cdot a = m \cdot \omega^2 \cdot r \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{F}{m \cdot r}} = \sqrt{\frac{\kappa \cdot M}{r^3}} = 1{,}99 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{rad/s}$
Perioda $T = 2\pi/\omega$ = 3,16 · 10^7 s = 8,78 · 10^4 h $\cong$ 366 dne; nám obecně známá a přesnější hodnota je 365 a čtvrt dne.]

4. Na těleso o hmotnosti m, které se nachází na povrchu Země, působí tíhová síla dle 2. Newtonova pohybového zákona $F = m \cdot g$ a současně i Newtonův gravitační zákon $F = \kappa \cdot m \cdot M/R^2$, kde R je poloměr Země (6 378 km) a M hmotnost Země (5,98 · 10^{24} kg). Spojením obou uvedených zákonů vypočtěte hodnotu gravitační konstanty. (Zanedbejte, že tíhové zrychlení není zcela totožné s gravitačním zrychlením na zemském povrchu.)
[Gravitační konstanta κ = 6,67 · 10^{-11} N · m^2 · kg^{-2}]

5. Kolikrát menší gravitační zrychlení než na povrchu Země je ve výši 12 800 km? (Poloměr Země 6 400 km) [9 krát]

6. Jaký je rozdíl mezi gravitačním a tíhovým zrychlením? [Tíhové zrychlení je vektorový součet zrychlení gravitačního a zrychlení odstředivého na daném místě kosmického tělesa (např. na Zeměkouli)]

7. Práce, energie a výkon

1. Předmět byl tažen po dráze 10 m silou působící ve směru pohybu. Její velikost byla 50 N. Jak velká práce byla vykonána a jak velký průměrný výkon byl podáván, pokud doba pohybu tělesa byla 20 s? [Práce $W = 500$ J, výkon $P = 25$ W]

2. Čerpadlo načerpalo za 2 minuty vodu o hmotnosti 120 kg do výšky 10 m. S jakým průměrným výkonem čerpadlo pracovalo? [Výkon $P = 98{,}1$ W. Můžeme uvažovat, že potřebné zvýšení potenciální energie $E_p = 11{,}77$ kJ se rovná dodané práci, nebo obdobně, že práce byla konána při překonávání tíhové síly $F_g = 1\,177$ N působící na vodu na dráze].

3. Jeřáb přenáší těleso o hmotnosti 100 kg ve výšce 1 m nad podlahou rychlostí 2 m/s. Jaká je celková mechanická energie tělesa uvažovaná vzhledem k podlaze? [Celková mechanická energie $E_{mech} = 1\,181$ J; vypočteme ji jako součet energie potenciální $E_p = 981$ J a kinetické $E_k = 200$ J]

4. Kulička o hmotnosti 5 g se kutálí vzhůru po nakloněné rovině. Do jaké výšky vystoupá, je-li její rychlost na počátku 3 m/s. Vypočtěte za předpokladu, že při ději nedochází ke ztrátám mechanické energie, tedy že kinetická energie na počátku se rovná potenciální energii kuličky v nejvyšším bodě dráhy. [Výška $h = 0{,}459$ m; počáteční kinetická energie 0,0225 J se rovná potenciální energii kuličky ve hledané výšce, výsledná výška nezávisí na hmotnosti.]

5. Předmět o hmotnosti 1 kg byl vyhozen do výšky 5 m v tíhovém poli Země. O jakou hodnotu se zvýšila jeho potenciální energie? Jakou rychlost musel mít na počátku, pokud se jeho veškerá kinetická energie změnila na potenciální? [Nárůst potenciální energie 49,05 J se rovná počáteční kinetické energii; nutná počáteční rychlost $v = 9{,}9$ m/s je nezávislá na hmotnosti tělesa.]

6. Na těleso o hmotnosti 10 kg působila síla, která zvýšila jeho rychlost z nulové hodnoty na 5 m/s a současně těleso zvedla o 3 m. Jak velkou energii kinetickou a jak velkou energii potenciální tělesu dodala? Jak velkou práci síla vykonala, pokud práce byla použita jen na zvýšení mechanické energie? [kinetická energie $E_k = 125$ J, potenciální energie $E_p = 294{,}3$ J, práce $W = 419{,}3$ J]

7. Čerpadlo vyčerpá 5 000 l etanolu ($\rho = 789$ kg/m^3) do výše 12 m za 3 minuty. Účinnost čerpadla je 80 %. Jakou mechanickou práci čerpadlo vykoná? Jaký je mechanický výkon motoru? [práce $W = 464$ kJ, výkon $P = 3\,225$ W]

8. Automobil o hmotnosti 600 kg jede po vodorovné silnici konstantní rychlostí 72 km/h. Motor překonává odporovou sílu 1 200 N působící proti pohybu. Jakou práci vykoná motor na dráze 100 m? Jaký je výkon motoru? Jaká je kinetická energie auta?
[práce $W = 120$ kJ, výkon $P = 24$ kW, kinetická energie $E_k = 120$ kJ]

9. Dopravní pás dlouhý 30 m dopraví 15 t písku do výšky 3 m za 1 minutu. Jaká se vykoná práce? Jaký je příkon motoru při účinnosti 80 %? [práce $W = 441{,}4$ kJ, příkon $P = 9{,}2$ kW]

10. Jaký mechanický výkon podá člověk o hmotnosti 75 kg, běžící do schodů rychlostí stoupání 1 m/s (cca 6 schodů/s)? [výkon $P = 736$ W]

11. Střekovská elektrárna byla vybudována v letech 1923 až 1935 se třemi Kaplanovými turbínami. Jedna turbína má výkon 5 MW, výška hladiny nad turbínou je 5,5 m. Jaký musí být průtok vody turbinou při účinnosti 90 %? [průtok Q = 103 m^3/s]

8. Archimédův zákon

1. Těleso má objem 0,03m^3 a hustotu 7 500 kg/m^3. Je vloženo do vody, která má hustotu 998 kg/m^3. Jakou rovnovážnou polohu těleso ve vodě zaujme (leží na dně, vznáší se, plave na vodě)? Jaká je tíhová síla působící na předmět? Jak velkou vztlakovou silou je těleso nadlehčováno? [Tíhová síla F_g = 2 207 N, vztlaková síla F_{vz} = 294 N, těleso bude ležet na dně, protože je jeho hustota větší než hustota vody, a tudíž je pak tíhová síla na něj působící větší než vztlaková síla při jeho úplném ponoření, výslednou silou (rozdílem obou uváděných sil) bude tlačit na dno.]

2. Jakou silou musíme působit na ocelový předmět o hmotnosti 20 kg ponořený do vody, aby neklesal ani nestoupal. Hustota oceli je 7,87 g/cm^3, hustota vody je 998 kg/m^3. [Působící síla F = 171,3 N; mezivýsledky: hustota oceli ρ = 7 870 kg/m^3; objem tělesa V = 0,00254 m^3; tíhová síla F_g = 196,2 N, vztlaková síla F_{vz} = 24,9 N, chceme-li aby těleso neklesalo ani nestoupalo, musíme je nadzvedávat právě silou rovnou rozdílu sil F_g a F_{vz}.].

3. Objem tělesa je 0,01 m^3. Hustota materiálu tělesa je 700 kg/m^3. Jakou rovnovážnou polohu zaujme těleso vložené do vody, když hustota vody je 1 000 kg/m^3 (leží na dně, vznáší se, plave na vodě)? Jaký je objem ponořené části tohoto tělesa? Určete také tíhovou sílu působící na těleso a vztlakovou sílu vody působící na těleso, které zaujalo rovnovážnou polohu. [Objem ponořené části tělesa V = 0,007 m^3, hustota tělesa je menší než hustota vody, takže těleso bude plavat; tíhová síla tělesa F_g = 68,67 N, těleso se zanoří do vody jen takovým objemem, aby se vztlaková síla vyrovnala jeho tíze, takže vztlaková síla F_{vz} = 68,67 N, z toho lze vypočítat objem ponořené části tělesa.]

4. Jaká je vynořená část ledovce, vypočtěte jako % celkového objemu. Uvažujte, že průměrná hustota ledovce je 917 kg/m^3 (hustota ledu), hustota mořské vody je 1 024 kg/m^3. [Hustota ledu je menší než hustota mořské vody, ledovec tedy plave zanořen takovým objemem (V_p – ponořený objem), aby se tíhová síla ledovce rovnala právě vztlakové síle, tj.

$$V_p \cdot \rho_{vody} \cdot g = V_{ledovce} \cdot \rho_{ledovce} \cdot g$$

$$V_p / V_{ledovce} = \rho_{ledu} / \rho_{vody} = 0{,}896$$

Ledovec je ponořen z 89,6 %, vynořený objem je tedy 10,4 %].

5. V roce 1783 vypustili bratři Montgolfierové v Paříži balon o průměru 11 m plněný horkým vzduchem, který vystoupal do výše 1 830 m. Jaká vztlaková síla působila na balon při zemi, kde je hustota vzduchu 1,2 kg/m^3? [vztlaková síla F_{vz} = 8 200 N]

6. V roce 1912 odstartoval z Ústí nad Labem rakouský vědec Viktor Hess s balonem plněným vodíkem a vystoupal do výše 5 350 m. Během letu zjistil, že ionizace vzduchu s nadmořskou výškou roste. Jako měřící zařízení použil lístkový elektroskop, ebonitovou tyč a liščí ohon. Tak V. Hess objevil kosmické záření, za což mu byla v roce 1936 udělena Nobelova cena. Jakou celkovou hmotnost by unesl balon (vlastní hmotnost balonu včetně náplně spolu s maximální možnou zátěží) o objemu 1 680 m^3

a) nízko nad zemí, kde je hustota vzduchu 1,2 kg/m^3?

b) ve výšce 5 350 m, kde je hustota vzduchu 0,736 kg/m^3?

Pro zjednodušení předpokládejme, že objem balonu se s výškou neměnil. [celková hmotnost a) 2 016 kg, b) 1 236 kg]

7. Felix Baumgartner v roce 2012 při pokusu o rekordní výšku dosaženou balonem a rekordní rychlost dosaženou při volném pádu vystoupal balonem plněným heliem do výšky 39 km. Balon i s gondolou měl hmotnost 3 940 kg, byl při startu naplněn na objem 5 000 m^3. Během stoupání se vlivem klesajícího atmosférického tlaku objem neustále zvětšoval, až ve výši 39 km nabyl balon prakticky kulového tvaru o průměru 118 m. Pomocí Archimédova zákona vypočtěte hustotu vzduchu v této výšce. [hustota $\rho = 4{,}6 \cdot 10^{-3}$ kg/m^3]

9. Tlak, Pascalův zákon, tlak hydrostatický

1. Obsahy průřezů pístů hydraulického lisu jsou $S_1 = 15$ cm^2 a $S_2 = 450$ cm^2. Na menší píst působí síla 200 N, která vytváří tlak kapaliny v lisu. Jak velký je tento tlak? Jak velká síla je vytvářena tlakem působím na druhý píst? O jakou dráhu se posune větší píst, posune-li se menší píst o 15 cm? Jak velká práce se vykoná při tomto posunu?
[Obsah $S_1 = 15 \cdot (10^{-2})^2 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ m^2; tlak v lisu $p = 13{,}3 \cdot 10^4$ Pa, obsah $S_2 = 4{,}5.10^{-2}$ m^2, síla působící na větší píst $F_2 = 6\,000$ N; posun velkého pístu je $s_2 = 0{,}005$ m (posun druhého pístu s_2 určíme z přetlačeného objemu, protože platí $S_1 \cdot s_1 = S_2 \cdot s_2$); práce dodaná malým pístem $W = F_1 \cdot s_1 = 30$ J, práce dodaná malým pístem se rovná práci vykonané velkým pístem $W = F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$, jak se lze zkouškou přesvědčit].

2. Jak velký tlak musí působit na píst hydraulického zvedáku, který má průměr 35 cm, aby píst zvedl auto o hmotnosti $m = 1\,500$ kg? [tlak potřebný na překonání tíhy auta $p = 153$ kPa; potřebné mezivýsledky: obsah pístu $\pi \cdot d^2/4 = 0{,}096$ m^2; tíhová síla auta $F_g = 14{,}7$ kN]

3. Sloupec kapaliny vysoký 5 m vytváří přetlak 35 kPa. Jakou hustotu má tato kapalina? [hustota $\rho = 714$ kg/m^3]

4. Přetlak na dně nádrže měřený vůči barometrickému tlaku je vytvářen sloupcem kapaliny v nádrži. Kapalina má hustotu 720 kg/m^3. Hodnota přetlaku je 40 kPa. Jaká je výška kapaliny v nádrži? Jak velkou tlakovou silou působí tento přetlak na dno nádrže, které má obsah 2 m^2? [výška $h = 5{,}66$ m, síla $F = 80$ kN]

5. V otevřené U-trubici je voda a olivový olej. Výška sloupce vody měřená od společného rozhraní je 135,0 mm, výška sloupce oleje 147,5 mm. Jakou hustotu má olej? Hustota vody je 998 kg/m^3. [hustota oleje $\rho = 913$ kg/m^3; hydrostatické tlaky na obou stranách U-trubice musí být stejné $h_1 \cdot \rho_1 \cdot g = h_2 \cdot \rho_2 \cdot g$]

6. Podtlak v nádobě je měřen otevřeným kapalinovým tlakoměrem plněným rtutí. Barometrický tlak (p_b) 99,8 kPa je vyrovnáván tlakem v nádobě (p) a tlakem sloupce rtuti o výšce 740 mm. Jaký je absolutní tlak v nádobě? Jaký je v nádobě podtlak vzhledem k atmosférickému tlaku? Hustota rtuti je 13,5 g/cm^3. [absolutní tlak v nádobě $p = 1{,}8$ kPa**,** podtlak v nádobě vůči barometrickému tlaku je $h \cdot \rho_{Hg} \cdot g = 98$ kPa (hustota rtuti 13 500 kg/m^3); barometrický tlak $p_b = p + h \cdot \rho_{Hg} \cdot g$]

7. Tlak v rozvodu zemního plynu v domácnostech je 1 800 Pa. Jaká tomu odpovídá výška vodního a rtuťového sloupce? Hustota vody je 998 kg/m^3, hustota rtuti je 13 500 kg/m^3. [výška h = 184 mm H_2O; 13,6 mm Hg]

8. Tlakoměr na zásobníku plynu ukazuje tlak 5,3 bar (1 bar = 10^5 Pa, viz kapitola 1.1). Jaká síla působí na kruhové víko zásobníku o průměru 600 mm? Jednotka tlaku bar je dočasně povolena, protože je to praktické. Stupnice manometrů v průmyslových podnicích jsou většinou v barech. [síla F = 150 kN; pro výpočty je nutné převést bary na pascaly.]

9. Jaký tlak musí vyvinout čerpadlo (při zanedbání pasivních odporů), aby dopravilo vodu do výše 35 m; hustota vody je 998 kg/m^3?; výsledek vyjádřete také v barech - viz příklad 8. [tlak p = 343 kPa = 3,43 bar]

10. Ve zdravotnictví je dočasně povoleno používat pro měření tlaku tělních tekutin výšky rtuťového sloupce. Dle Vyhlášky č. 424 ze dne 18. 11. 2009 platí, že 1 mm Hg = 133,322 Pa. Při měření krevního tlaku pacienta bylo zjištěno, že systolický tlak pacienta je 120 mm Hg a diastolický tlak 90 mm Hg. Přepočtěte naměřené tlaky na Pa. [systolický tlak 16 000 Pa; diastolický tlak 12 000 Pa]

11. Normální tlak (p_n) je definován p_n = 101 325 Pa. Vyjádřete tento tlak v jednotkách mmHg (viz příklad 10). Vypočtěte, jaká výška vodního sloupce odpovídá normálnímu tlaku při teplotě 0°C (hustota vody při této teplotě je 1,000 g/cm^3) [tlak 760 mmHg; výška vodního sloupce 10,33 m]

12. Tlak v lidském oku je 25 mm Hg? Vyjádřete tento tlak v pascalech (viz příklad 10)? [tlak 3 330 Pa]

10. Rychlost proudění, rovnice kontinuity proudění, Bernoulliova rovnice

1. Vypočtěte vnitřní průměr potrubí, kterým má protékat 850 l/s vody při průměrné rychlosti 3 m/s? Výsledek uveďte v mm. [průměr d = 601 mm]

2. Za jak dlouho se naplní vodou bazén o rozměrech 10 x 25 x 2 m, natéká-li voda trubkou o vnitřním průměru 150 mm střední rychlostí 3 m/s? Výsledek uveďte v hodinách.
[čas t = 2,6 h; potřebné mezivýsledky: objem bazénu 500 m^3; průřez potrubí 0,0177 m^2; objemový průtok 0,0530 m^3/s; čas 9 436 s]

3. Trubka o vnitřním průměru 100 mm se rozšiřuje na průměr 200 mm. V menším průřezu je průměrná rychlost vody 3 m/s. Jaká je rychlost ve větším průřezu? [rychlost v = 0,75 m/s]

4. Z otevřené široké nádoby vytéká kapalina velmi malým otvorem ve stěně. Otvor je 3 m pod hladinou, hustota kapaliny je obecně ρ. Jakou rychlostí kapalina vytéká, chová-li se ideálně? [rychlost kapaliny v = 7,67 m/s; $h \cdot \rho \cdot g = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$, tj. hydrostatický tlak u otvoru nádoby se při ideálním chování rovná dynamickému tlaku kapaliny vytékající tímto malým otvorem.]

5. V široké nádobě je kapalina, která působí na dno hydrostatickým tlakem 50 kPa. Působením pouze tohoto tlaku vytéká kapalina (uvažujte ideální chování) malým otvorem u dna nádoby. Průměr otvoru je zanedbatelný vzhledem k průměru celé nádoby. Jaká je

rychlost vytékající kapaliny, je-li její hustota 900 kg/m^3? Jaká je výška hladiny? [rychlost proudění v = 10,5 m/s; výška hladiny h = 5,66 m]

6. Rychlost proudění kapaliny v potrubí byla měřena Prandtlovou trubicí. Hustota proudící kapaliny (uvažujte ideální chování) byla 750 kg/m^3. Určený dynamický tlak (rozdíl celkového a statického tlaku) měl hodnotu 1 500 Pa. Jakou rychlostí proudila kapalina v potrubí? [rychlost proudění v =2m/s]

7. Prandtlova trubice se užívá k měření rychlosti letadla. Rozdíl hladin na lihovém tlakoměru, kterým se měří dynamický tlak vytvářený vzduchem obtékajícím letadlo, byl 26 cm. Hustota vzduchu ve výšce letadla byla 1,03 kg/m^3, hustota lihu byla 810 kg/m^3. Vypočtěte dynamický tlak měřený tlakoměrem a rychlost letadla (předpokládejte ideální chování). [dynamický tlak p = 2 066Pa – odpovídá tlaku sloupce lihu v tlakoměru; rychlost obtékajícího vzduchu v = 63,3 m/s]

8. Rychlost kapaliny s ideálním chováním, která proudí potrubím, je 1,5 m/s. Statický tlak kapaliny v potrubí je 2 kPa, hustota kapaliny je 1 000 kg/m^3. Jak vysoko vystoupá tato kapalina v trubce měřící statický tlak. Jak velký je dynamický tlak? Jak vysoko vystoupá kapalina v trubce měřící celkový tlak (Pitotova trubice)? [výška kapaliny v trubce měřící statický tlak h_{stat} = 0,204 m, statický tlak vytlačí kapalinu v trubce do výšky, tak aby $p_{stat} = h_{stat} \cdot \rho \cdot g$; dynamický tlak p_{dyn} = 1,125 kPa, $p_{dyn} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$; celkový tlak p_{celk} = 3,125 kPa, $p_{celk} = p_{stat} + p_{dyn}$; výška v trubci měřící celkový tlak $h_{celkový}$ = 0,319 m, celkový tlak vytlačí kapalinu v trubce do výšky, tak aby $p_{celk} = h_{celk} \cdot \rho \cdot g$]

9. Kapalina o hustotě 1 000 kg/m^3 proudí potrubím o průřezu 0,5 m^2 rychlostí 2 m/s. Přejde do zúžené části potrubí o průřezu 0,2 m^2. Jaká bude rychlost proudění v užší části potrubí? Jak se změní statický tlak kapaliny přechodem do zúžení (vzroste nebo poklesne, o kolik)? Při řešení uvažujte ideální chování kapaliny. [Rychlost proudění v užší části potrubí v_2 = 5 m/s; statický tlak poklesne o 10,5 kPa. Při řešení z rovnice kontinuity proudění uvažující stejný objemový průtok v široké i zúžené části potrubí $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$ vypočteme rychlost v zúžené části v_2; zvýšením rychlosti vzroste v zúžené části dynamický tlak, vzrůst dynamického tlaku $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(v_2^2 - v_1^2\right)$ = 10,5 kPa; celkový tlak musí být stále stejný, takže v zúžené části poklesne statický tlak o 10,5 kPa.]

10. Otevřený kapalinový tlakoměr měří přímo absolutní tlak, nebo měří přetlak či podtlak proti tlaku atmosférickému? [Měří rozdíl sledovaného tlaku vzhledem k atmosférickému, tzn. podtlak nebo přetlak.]

11. Na jakém principu pracuje elektrický odporový tlakoměr (tenzometr)? Slouží k měření malých nebo velkých tlaků? [Elektrický odporový tlakoměr je založen na změně elektrického odporu s prodloužením vyvolaným změnou tlaku ($\Delta R/R_0 = k \cdot (\Delta l/l_0)$. Vhodné pro vysoké tlaky, 10 kPa až 50 MPa.].

12. Co je to proudění laminární a co turbulentní, podle čeho lze předpovědět, kterým typem proudění bude tekutina proudit? [Laminární proudění je takové proudění, při kterém se pohyb tekutiny děje ve vrstvách a částice tekutiny se nepromíchávají. Turbulentní proudění je takové proudění, při kterém dochází k intenzivnímu promíchávání částic následkem jejich neuspořádaného pohybu, částice přecházejí z jedné vrstvy do druhé - dochází k víření

tekutiny. Způsob, kterým bude tekutina proudit potrubím o průměru d lze odhadnout předem dle hodnoty Reynoldsova čísla Re ($Re = v \cdot d \cdot \rho/\eta$, kde je v rychlost proudění tekutiny, ρ její hustota a η její dynamická viskozita).]

13. Který tvar tělesa se vyznačuje nejmenším součinitelem odporu při turbulentním obtékání? [aerodynamický - kapkovitý tvar]

11. Teplota

1. Teplota tání fenolu je 40,90 °C. Jakou hodnotu má tato teplota v termodynamické stupnici (v K)? [Termodynamická teplota T = 273,15 + 40,90 = 314,05 K]

2. Teplota trojného bodu vodíku je 13,80 K. Jakou hodnotu má tato teplota v Celsiově stupnici? [teplota ve stupních Celsia t = 13,80 − 273,15 = −259,35°C]

3. Teplota 1. předmětu je 323,15 K, teplota 2. předmětu 30 °C. O kolik K je vyšší teplota teplejšího předmětu? Kolik činí tento rozdíl ve °C?
[Termodynamická teplota 2. předmětu T = 273,15 + 30 = 303,15 K,
rozdíl teplot = 323,15 − 303,15 = 20 K. Rozdíl hodnot ve °C je pochopitelně rovněž 20 (teplota 1. předmětu ve °C je 323,15 − 273,15 = 50 °C; 50 – 30 = 20 °C)]

4. Měděná tyč má délku 2,000 m při teplotě 25 °C. Jakou délku bude mít při teplotě 70 °C (koeficient délkové roztažnosti mědi $\alpha = 16{,}5 \cdot 10^{-6}\,K^{-1}$.
[Délka ohřáté tyče $l_{75°C} = 2 \cdot [1 + 16{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot (70 - 25)] = 2 \cdot (1 + 0{,}000743) = 2{,}0015$ m (koeficient α je vztažen na teplotní změnu o 1 K, což odpovídá i změně o 1°C).]

5. Tanker byl naplněn v Kuvajtu při teplotě 35 °C naftou o objemu 5 000 m^3 a vyloděn v Evropě při teplotě 5 °C. Jaký byl chybějící objem nafty? (teplotní koeficient objemové roztažnosti ropy $\beta = 9{,}5 \cdot 10^{-4}$/K)
[Změna objemu způsobená změnou teploty ΔV = 5 000 · 9,5 · 10-4 · (5 − 35) = −142 m^3.]

6. Spektrometr Katrin, instalovaný v Karlsruhe slouží ke stanovení hmotnosti neutrina. Jak se prodloužila vakuová komora spektrometru dlouhá 23 m, když byla při výrobě ohřáta ze 20 °C na 350 °C? (koeficient délkové roztažnosti materiálu $\alpha = 18{,}4 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$?).
[prodloužení Δd = 140 mm]

7. Cisterna o objemu 30 m^3 byla naplněna metanolem až po okraj. Kolik l metanolu vyteklo, když byla nádrž na slunci ohřáta ze 20 °C na 46 °C? (koeficient objemové roztažnosti metanolu $\beta = 1{,}19 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$) [Vyteklo 928 l]

8. Jaká je podstata dilatačních kapalinových teploměrů? Vyberte správnou odpověď:
a) změna objemu kapaliny s teplotou;
b) změna tlaku kapaliny v uzavřeném objemu s teplotou;
c) změna tlaku par nad kapalinou v uzavřeném objemu s teplotou.
[a]

9. Uveďte princip funkce elektrického teploměru odporového a termoelektrického (termočlánku). [Elektrický odporový teploměr je založen na změně elektrického odporu s teplotou $R = R_o \cdot (1 + \alpha \cdot t)$. Termočlánek je založen na vzniku elektrického napětí mezi dvěma konci dvou spájených různých vodičů uložených v místech s rozdílnou teplotou;

pokud je teplota jednoho spoje udržována konstantní a teplota druhého spoje se mění s teplotou měřeného tělesa, hodnota elektromotorického napětí bude záviset na měřené teplotě]

10. Uveďte dva principielně různé typy teploměrů, jejichž podstatnou měřící částí jsou dva různé a spojené kovy (jeden patřící do skupiny teploměrů dilatačních, druhý do skupiny teploměrů elektrických). [Teploměr bimetalový a termočlánek.]

11. Které teploměry pracují na principu Stefanova-Boltzmannova zákona (celková energie, kterou vyzáří zdroj - absolutně černé těleso - z jednotkové plochy za jednotku času je přímo úměrné čtvrté mocnině termodynamické teploty zdroje: $M_e = \sigma \cdot T^4$). [Teploměry radiační neboli pyrometry, jsou také nazývány bezkontaktní či bezdotykové.]

12. Teplo

1. Jaká bude ustálená teplota vody, přidáme-li k 1 kg vody o teplotě 20 °C 2 kg vody o teplotě 50 °C? Pro zjednodušení uvažujte měrnou tepelnou kapacitu čisté vody nezávislou na teplotě a to 4,18 kJ · kg^{-1} · K^{-1}.
[Výsledná teplota t^* = 40 °C. Postup: původní chladnější voda (1) se ohřeje na teplotu t*, tedy převezme teplo $Q_1 = m_1 \cdot c \cdot (t^* - t_1)$; toto teplo musí být rovno teplu odebranému teplejší vodě (2) $Q_2 = m_2 \cdot c \cdot (t_2 - t^*)$; sestavíme rovnici $m_1 \cdot c \cdot (t^* - t_1) = m_2 \cdot c \cdot (t_2 - t^*)$; vyjádříme neznámou výslednou teplotu $t^* = \dfrac{m_2 \cdot c \cdot t_2 + m_1 \cdot c \cdot t_1}{(m_2 + m_1) \cdot c} = \dfrac{m_2 \cdot t_2 + m_1 \cdot t_1}{m_2 + m_1}$; po dosazení dostaneme

$t^* = \dfrac{2 \cdot 50 + 1 \cdot 20}{2 + 1} = 40$ °C]

2. Jaká bude po ustálení výsledná teplota 1,5 kg vody o původní teplotě 20 °C, ponoříme-li do ní ocelovou kouli o průměru 10 cm ohřátou na 50 °C. Měrná tepelná kapacita vody je 4,18 kJ · kg^{-1} · K^{-1} a měrná tepelná kapacita oceli je 0,45 kJ · kg^{-1} · K^{-1}. Hustota oceli je 7,87 g · cm^{-3}. Měrnou tepelnou kapacitu vody i železa považujte za konstantní.
[Výsledná teplota t^* = 27,4 °C. Postup a mezivýsledky: objem koule (indexy K) V_K = 524 cm^3; hmotnost koule m_K = 4 120 g = 4,12 kg; voda (indexy V) se ohřeje na teplotu t*, tedy převezme teplo $Q_V = m_V \cdot c_V \cdot (t^* - t_V)$; toto teplo musí být rovno teplu odebranému kouli $Q_K = m_K \cdot c_K \cdot (t_K - t^*)$;
sestavíme rovnici $m_V \cdot c_V \cdot (t^* - t_V) = m_K \cdot c_K \cdot (t_K - t^*)$;
vyjádříme neznámou výslednou teplotu $t^* = \dfrac{m_V \cdot c_V \cdot t_V + m_K \cdot c_K \cdot t_K}{m_V \cdot c_V + m_K \cdot c_K}$;
po dosazení dostaneme $t^* = \dfrac{1{,}5 \cdot 4{,}18 \cdot 20 + 4{,}12 \cdot 0{,}45 \cdot 50}{1{,}5 \cdot 4{,}18 + 4{,}12 \cdot 0{,}45} = 26{,}8$ °C]

3. Do 1 dm^3 vody o teplotě 5 °C ponoříme mosaznou kouli o poloměru 5 cm zahřátou na teplotu 120 °C. Měrná tepelná kapacita mosazi je 0,38 kJ · kg^{-1} · K^{-1}, měrná tepelná kapacita vody je 4,18 kJ · kg^{-1} · K^{-1}. Předpokládejte, že obě měrné tepelné kapacity jsou nezávislé na teplotě. Mosaz má hustotu 8,5 g · cm^{-3}, hustota vody je 1,0 g · cm^{-3}.
[Výsledná teplota t^* = 38,1 °C. Postup a mezivýsledky: objem koule (indexy K) V_K =524 cm^3; hmotnost koule m_K = 4 450 g = 4,45 kg; hmotnost vody (indexy V) m_V = 1 000 g; voda se

ohřeje na teplotu t*, tedy převezme teplo $Q_V = m_V \cdot c_V \cdot (t^* - t_V)$; toto teplo musí být rovno teplu odebranému kouli $Q_K = m_K \cdot c_K \cdot (t_K - t^*)$;
sestavíme rovnici $m_V \cdot c_V \cdot (t^* - t_V) = m_K \cdot c_K \cdot (t_K - t^*)$;
vyjádříme neznámou výslednou teplotu $t^* = \dfrac{m_V \cdot c_V \cdot t_V + m_K \cdot c_K \cdot t_K}{m_V \cdot c_V + m_K \cdot c_K}$;
po dosazení dostaneme $t^* = \dfrac{1 \cdot 4{,}18 \cdot 5 + 4{,}45 \cdot 0{,}38 \cdot 120}{1 \cdot 4{,}18 + 4{,}45 \cdot 0{,}38} = 38{,}1$ °C]

4. Tepelná kapacita směšovacího kalorimetru naplněného 100 g destilované vody o teplotě 10 °C byla měřena ponořením mosazné kuličky o hmotnosti 90 g a teplotě 50 °C. Měrná tepelná kapacita mosazi je 0,38 kJ · kg^{-1} · K^{-1}, měrná tep. kapacita vody je 4,18 kJ · kg^{-1} · K^{-1}. Předpokládejte, že všechny tepelné kapacity jsou nezávislé na teplotě. Po ustálení teploty byla naměřena teplota 12,6 °C. Vypočtěte tepelnou kapacitu směšovacího kalorimetru (C_K).
[Tepelná kapacita C_K = 0,074 kJ · K^{-1}. Postup a mezivýsledky: Kulička se ochladila na konečnou teplotu t; předala teplo $Q_K = m_K \cdot c_K \cdot (t_K - t)$, které se využilo na ohřátí kalorimetru a vody z teploty t_p na teplotu t; teplo na ohřátí $Q = m_V \cdot c_V \cdot (t - t_p) + C_K \cdot (t - t_p)$;
sestavíme rovnici: $m_V \cdot c_V \cdot (t - t_p) + C_K \cdot (t - t_p) = m_K \cdot c_K \cdot (t_K - t)$;
vyjádříme neznámou výslednou teplotu $C_K = \dfrac{m_K \cdot c_K \cdot (t_K - t) - m_V \cdot c_V \cdot (t - t_p)}{t - t_p}$;
po dosazení dostaneme $C_K = \dfrac{0{,}090 \cdot 0{,}38 \cdot (50 - 12{,}6) - 0{,}1 \cdot 4{,}18 \cdot (12{,}6 - 10)}{12{,}6 - 10} = 0{,}074$ kJ · K^{-1}]

5. V elektrickém kalorimetru byla měřena měrná tepelná kapacita neznámé kapaliny o hmotnosti 100 g. Tepelná kapacita kalorimetru byla 51 J · K^{-1}. Při průchodu proudu 1 A po dobu 100 s a napětí na koncích topné spirály 12 V došlo k ustálení teploty na hodnotě 26,7 °C. Původní teplota kapaliny v kalorimetru byla 23,5 °C.
[Měrná tepelná kapacita neznámé kapaliny c_L = 3,24 J · g^{-1}. K^{-1}. Postup a mezivýsledky: Teplo dodávané po dobu (τ) elektrickým (Q_e) ohřeje kalorimetr (teplo Q_{cal}) a neznámou kapalinu (teplo Q_L) z počáteční teploty (t_1) na konečnou teplotu (t_2):
$Q_e = U \cdot I \cdot \tau$; $Q_{cal} = C_K \cdot (t_2 - t_1)$; $Q_L = m \cdot c_L \cdot (t_2 - t_1)$.
Sestavíme rovnici $Q_e = Q_{cal} + Q_L$; dosadíme do ní $U \cdot I \cdot \tau = C_K \cdot (t_2 - t_1) + m \cdot c_L \cdot (t_2 - t_1)$,
vyjádříme neznámou měrnou tepelnou kapacitu $c_L = \dfrac{U \cdot I \cdot \tau - C_K \cdot (t_2 - t_1)}{m \cdot (t_2 - t_1)}$. Dosadíme čísla a vyčíslíme $c_L = \dfrac{12 \cdot 1 \cdot 100 - 51 \cdot (26{,}7 - 23{,}5)}{100 \cdot (26{,}7 - 23{,}5)} = 3{,}24$ J.K^{-1} · g^{-1}.]

6. Celková hmotnost atmosféry je odhadována na 5,1 · 10^{18} kg, celková hmotnost hydrosféry na 1,5 · 10^{21} kg. Uvažujte měrnou tepelnou kapacitu čisté vody 4,2 kJ · kg^{-1} . K^{-1} a měrnou tepelnou kapacitu vzduchu 0,72 kJ · kg^{-1} . K^{-1}. Jaký je poměr tepelné kapacity hydrosféry vzhledem k tepelné kapacitě atmosféry? [Poměr tepelných kapacit hydrosféry a atmosféry je 1,71 · 10^3. Tepelná kapacita tělesa (C) představuje množství tepla, které musíme tělesu dodat, aby jeho teplota vzrostla o jeden stupeň. Určíme ji z hmotnosti (m) a měrné tepelné kapacity tělesa (c) dle vztahu $C = m \cdot c$.
Tepelná kapacita hydrosféry C_H = 1,5 · 10^{21} · 4,2 = 6,3 · 10^{21} kJ · K^{-1}; tepelná kapacita

atmosféry C_A = 5,1 · 10^{18} · 0,72 = 3,7 · 10^{18} kJ · K^{-1}; poměr kapacit C_H/C_A = 1,7 · 10^3. Tepelná kapacita hydrosféry je tedy o tři řády vyšší než tepelná kapacita atmosféry.]

7. Jak silná vrstva vody v mořích a oceánech na povrchu Země má stejnou tepelnou kapacitu jako atmosféra Země? Moře a oceány pokrývají 362 mil. km^2 povrchu Země. (Uvažujte, že v celé uvedené ploše moří a oceánů je hloubka alespoň na výšku počítané vrstvy.) Hustota vody je 1 kg · dm^{-3}, další potřebná data si vyberte z příkladu 6.
[Tloušťka odpovídající vrstvy moří a oceánů je 2,428 m. Tepelná kapacita atmosféry Země C_A = 3,7 · 10^{18} kJ · K^{-1} – viz příklad 6. Hledáme tloušťku vrstvy vody (x), která bude mít stejnou tepelnou kapacitu (C_V), tj. C_A = C_V. Z tepelné kapacity vypočteme hmotnost vody v této vrstvě $m = C_V/c = 3{,}7 \cdot 10^{18}/4{,}2 = 8{,}8 \cdot 10^{17}$ kg.

Z hmotnosti vypočteme odpovídající objem (V); předem je třeba vyjádřit hustotu v potřebné jednotce (kg/m^3) ρ = 1 kg/dm^3 · (10 dm/1 m)^3 = 1 000 kg /m ^{3}; $V = m/\rho$ = 8,8 · 10^{17}/1 000 = 8,8 · 10^{14} m^3. Z objemu vody a plochy moří (S) vypočteme hledanou tloušťky vrstvy x, protože platí $V = S \cdot x$; plochu předem přepočteme na m^2, S = 362 ·10^6 km^2 · (1 000 m/1 km)^2 = 362 · 10^{12} m^2; odtud $x = V/S$ = 8,8 · 10^{14}/362 · 10^{12} = 2,4 m. Celkový výpočet lze provést dle vztahu $x = \dfrac{C}{S \cdot \rho \cdot c}$.]

13. Vlhkost vzduchu

A Příklady řešené

1. Vyhodnocení měření absolutní vlhkosti

Při měření vlhkosti byla hygroskopickým materiálem absorbována vodní pára o hmotnosti 4,326 g z vlhkého vzduchu, který měl za teploty 24 °C a tlaku 99,9 hPa objem 0,756 m^3. Určete absolutní a relativní vlhkost za teploty a tlaku měření.

Řešení: Absolutní vlhkost vypočteme dle vztahu:

$$\Phi = \frac{m_v}{V} = \frac{4{,}326}{0{,}756} = 5{,}72 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3};$$

hmotnost vodních par i objem jsou známy.
Relativní vlhkost vypočteme dle vztahu $\varphi = \Phi/\Phi^0$, absolutní vlhkost (Φ) měřeného vzduchu již známe, absolutní vlhkost nasyceného vzduchu (Φ^0) při teplotě vzduchu nalezneme v tab. 6 pro nasycený vzduch. Při teplotě 24 °C je Φ^0 = 21,776 g m^{-3}

$$\varphi = \frac{\Phi}{\Phi^0} = \frac{5{,}72}{21{,}78} = 0{,}263, \text{ tj. } 26{,}3\ \%$$

Údaj o tlaku vzduchu jsme v našich výpočtech nevyužili.
Odpověď: Za podmínek měření byla absolutní vlhkost 5,72 g · m^{-3} a relativní vlhkost 26,3 %.

2. Vyhodnocení měření relativní vlhkosti

Vlasovým vlhkoměrem byla naměřena relativní vlhkost vzduch 58 % při teplotě 15 °C a tlaku 100,3 hPa. Jaká byla absolutní vlhkost vzduchu za podmínek měření?

Řešení: Absolutní vlhkost vypočteme ze známé relativní vlhkosti podle vztahu $\Phi = \Phi^0 \cdot \varphi$. K tomu potřebujeme znát maximální možnou vlhkost vzduchu při teplotě 15 °C, tj. absolutní vlhkost vzduchu nasyceného za této teploty, najdeme ji v tab. 6: Φ^0 = 12,825 g · m^{-3}.
Pokud dosadíme vlhkost v %

$$\Phi = \frac{\Phi^0 \cdot \varphi[\%]}{100} = \frac{12{,}83 \cdot 58}{100} = 7{,}44 \ \text{g} \cdot \text{m}^{-3}$$

Údaj o tlaku vzduchu jsme opět ve výpočtech nevyužili.
Odpověď: Za podmínek měření byla absolutní vlhkost 7,44 g · m^{-3}.

3. Výpočet vlhkosti z měření kondenzačním vlhkoměrem – z teploty rosného bodu
Při měření vlhkosti vzduchu byla teplota vzduchu 29 °C a teplota rosného bodu 18 °C. Určete absolutní vlhkost a relativní vlhkost vzduchu za podmínek měření.

Řešení: Z daných údajů lze určit relativní vlhkost vzduchu podle vtahu $\varphi = p_v / p_v^0$, kde p_v je parciální tlak vodních par, p_v^0 tlak nasycených vodních par při teplotě měřeného vzduchu. Při výpočtu musíme vyjít ze vzorce vyjadřujícího relativní vlhkost pomocí tlaků a nikoliv pomocí vlhkosti. Parciální tlak vodních par p_v určíme na základě toho, že (1) při ochlazování vzduchu za podmínek měření až k rosnému bodu se tento tlak nezměnil a že (2) při teplotě rosného bodu tento tlak představuje tlak nasycených par. Tlak p_v najdeme tedy jako tlak nasycených par pro teplotu 18 °C v tabulce pro nasycený vzduch tab. 6: p_v = 2,06 kPa. Tlak nasycených vodních par při teplotě měřeného vzduchu 29 °C p_v^0 určíme opět v tab. 6: p_v^0 = 4,01 kPa.
Dosadíme do vzorce pro relativní vlhkost

$$\varphi = \frac{p_v}{p_v^0} = \frac{2{,}06}{4{,}01} = 0{,}514, \text{ tj. } 51{,}4\ \%$$

Absolutní vlhkost vypočteme jako v příkladu 2 z nalezené relativní vlhkosti a z maximální možné vlhkosti vzduchu při jeho teplotě, tedy z absolutní vlhkosti vzduchu nasyceného při teplotě 29 °C: Φ^0 = 28,76 g · m^{-3}.

$$\Phi = \Phi^0 \cdot \varphi = 28{,}76 \cdot 0{,}514 = 14{,}8 \ \text{g} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Odpověď: Za podmínek měření byla absolutní vlhkost 14,8 g · m^{-3} a relativní vlhkost 51,4 %.

Poznámka. Někteří studenti řeší úlohu tímto chybným postupem: K teplotě rosného bodu (18 °C) naleznou absolutní vlhkost nasyceného vzduchu (15,366 g · m^{-3}) a mylně ji považují za absolutní vlhkost při teplotě měření (29 °C). Chyba jejich postupu spočívá v tom, že v průběhu chlazení za konstantního atmosférického tlaku z teploty 29 °C k rosnému bodu při 18 °C se snižoval objem vlhkého vzduchu a absolutní vlhkost vzduchu se tedy zvyšovala. Vlhkost nasyceného vzduchu při teplotě 18 °C (15,37 g · m^{-3}) se pak nemůže rovnat absolutní vlhkosti při teplotě 29 °C. Relativní vlhkost pak studenti počítají dále jako poměr chybné hodnoty 15,37 g · m^{-3} a absolutní vlhkosti vzduchu nasyceného při teplotě 29 °C, což je 28,76 g · m^{-3}. Chybně vypočtená hodnota relativní vlhkosti je pak: 15,37/28,76 = 0,534.

4. Výpočet vlhkosti vzduchu z psychrometrického měření
Při měření vlhkosti vzduchu Assmanovým psychrometrem byla teplota vzduchu (údaj na suchém teploměru) 27,0 °C a teplota vlhkého teploměru byla 22,8 °C, tlak vzduchu byl 101,3 hPa. Určete absolutní vlhkost a relativní vlhkost vzduchu za podmínek měření.
Řešení: Z daných údajů lze určit relativní vlhkost vzduchu
z teploty vzduchu t = 27,0 °C
a z rozdílu teplot suchého a vlhkého teploměru Δt = 27,0 – 22,8 = 4,2 °C.
Použijeme psychrometrickou tabulku (tab. 7) pro Assmanův psychrometr. V tabulce nejsou přímo uvedeny hodnoty relativní vlhkosti pro rozdíl Δt = 4,2 °C. K hodnotě t = 27,0 °C je však možné najít relativní vlhkosti pro dva blízké rozdíly 4 a 4,5 °C:

Δt [°C]	φ [%]
4	71
4,5	68

Pro rozdíl teplot 4,2 °C určíme φ interpolací:
Diferenci pro rozdíly teplot $4{,}5 - 4 = 0{,}5$ odpovídá diference pro relativní vlhkosti $68 - 71 = -3$. Na základě přímé úměry určíme pro diferenci $4{,}2 - 4 = 0{,}2$ odpovídající neznámou diferenci vlhkostí $x = \varphi - 71$

0,5...............−3

0,2............... x

$x = -3 \cdot 0{,}2/0{,}5 = -1{,}2$

Relativní vlhkost vzduchu vypočtená interpolací v tabulce
$\Phi = 71 + x = 71 - 1{,}2 = 69{,}8 \cong 70\ \%$
Absolutní vlhkost vypočteme obdobně jako v příkladu 2. z nalezené relativní vlhkosti a z absolutní vlhkosti vzduchu nasyceného při teplotě 27 °C: $\Phi^0 = 25{,}766\ \mathrm{g \cdot m^{-3}}$.

$$\Phi = \Phi^0 \cdot \varphi = 25{,}77 \cdot 0{,}70 = 18{,}0\ \mathrm{g \cdot m^{-3}}$$

***Odpověď*:** Za podmínek měření byla absolutní vlhkost $18{,}0\ \mathrm{g \cdot m^{-3}}$ a relativní vlhkost 70 %.

B Příklady neřešené

Maximální absolutní vlhkost Φ^0 a tlak nasycených par vzduchu p^0 se určí pro danou teplotu z tabulky 6. Pro psychrometrická měření je nutno použít psychrometrickou tabulku 7.

1. Stanovená hmotnost vodních par obsažená ve 2,5 m^3 měřeného vzduchu byla 18,6 g, teplota vzduchu byla 17 °C. Určete absolutní vlhkost vzduchu a relativní vlhkost. [Absolutní vlhkost $\Phi = 7{,}44\ \mathrm{g/m^3}$, relativní $\varphi = 51{,}4\ \%$; potřebný mezivýsledek: maximální absolutní vlhkost při teplotě 17 °C $\Phi^0 = 14{,}48\ \mathrm{g/m^3}$]

2. Vlasovým vlhkoměrem byla naměřena relativní vlhkost vzduch 66 % při teplotě 29 °C. Jaká je absolutní vlhkost vzduchu? [Absolutní vlhkost $\Phi = 18{,}98\ \mathrm{g/m^3}$; potřebný mezivýsledek: maximální absolutní vlhkost při teplotě 29 °C $\Phi^0 = 28{,}76\ \mathrm{g/m^3}$]

3. Vlhkoměrem se dvěma vyhřívanými termistory byla naměřena absolutní vlhkost vzduchu 31 $\mathrm{g/m^3}$při teplotě 32 °C. Jaká je relativní vlhkost vzduchu? [Relativní vlhkost $\varphi = 91{,}7\ \%$; potřebný mezivýsledek: maximální absolutní vlhkost při teplotě 32 °C $\Phi^0 = 33{,}82\ \mathrm{g/m^3}$]

4. Vzduch má teplotu 15 °C a teplotu rosného bodu 11 °C. Určete relativní vlhkost vzduchu a absolutní vlhkost. [Relativní vlhkost $\varphi = 77{,}0\ \%$, absolutní vlhkost $\Phi = 9{,}87\ \mathrm{g/m^3}$; potřebné mezivýsledky: z teploty rosného bodu určíme tlak par 1,313 kPa, z teploty vzduchu určíme tlak nasycených par 1,706 kPa, $\Phi^0 = 12{,}83\ \mathrm{g/m^3}$]

5. Vzduch má teplotu 37 °C a teplotu rosného bodu 22 °C. Určete relativní vlhkost vzduchu a absolutní vlhkost. [Relativní vlhkost $\varphi = 42{,}2\ \%$, absolutní vlhkost $\Phi = 18{,}54\ \mathrm{g/m^3}$; potřebné mezivýsledky: tlak par 2,65 kPa, tlak nasycených par 6,28 kPa, $\Phi^0 = 43{,}93\ \mathrm{g/m^3}$]

6. Určete relativní a absolutní vlhkost vzduchu z psychrometrických měření. Teplota suchého teploměru byla 14 °C, teplota vlhkého teploměru byla 10,2 °C. [Relativní vlhkost z tabulky $\varphi = 62\ \%$, absolutní vlhkost $\Phi = 7{,}48\ \mathrm{g/m^3}$; potřebné mezivýsledky: rozdíl teplot 3,8 °C, $\Phi^0 = 12{,}06\ \mathrm{g/m^3}$]

7. Určete relativní a absolutní vlhkost vzduchu z psychrometrických měření. Teplota suchého teploměru byla 39,0 °C, teplota vlhkého teploměru byla 35,7 °C. [Relativní vlhkost z tabulky $\varphi = 80\ \%$, absolutní vlhkost $\Phi = 39\ \mathrm{g/m^3}$; potřebné mezivýsledky: rozdíl teplot 3,3 °C,

relativní vlhkost z tabulky pro rozdíl 3°C φ = 82 %, pro rozdíl 3,5 °C φ = 79 %, pro 3,3 °C φ = 80,2 %, Φ^0 = 48,64 g/m^3]

7. V místnosti o rozměrech $6 \times 3 \times 3$ m je teplota 23 $^{\circ}$C a relativní vlhkost 15 %. Kolik vody je třeba odpařit, aby při stejné teplotě byla relativní vlhkost 70 %? [hmotnost 0,611 kg; potřebné mezivýsledky: objem místnosti 54 m^3; 100% absolutní vlhkost při dané teplotě Φ^0 = 20,57 g/m^3; na zvýšení relativní vlhkosti z 15 % na 70 % je třeba dosytit o 20,57 · (0,70 − 0,15) = 11,3 g/m^3; celková hmotnost vody 54 m^3 · 11,3 g/m^3 = 610,2 g.]

8. Při jaké teplotě skla se orosí okno, je-li teplota v místnosti 22 $^{\circ}$C a relativní vlhkost 62 %? [teplota t = 14 $^{\circ}$C; vlhkost nasyceného vzduchu při 22 °C Φ^0 = 19,42 g/m^3; relativní vlhkosti 62% odpovídá absolutní vlhkost 12,04 g/m^3; tato vlhkost odpovídá nasycení vzduchu při teplotě 14 °C]

14. Elektřina a magnetismus

1. Rezistorem o odporu 2 kΩ protéká proud 0,3 A. Jaké napětí je na rezistoru?
[napětí U = 600 V]

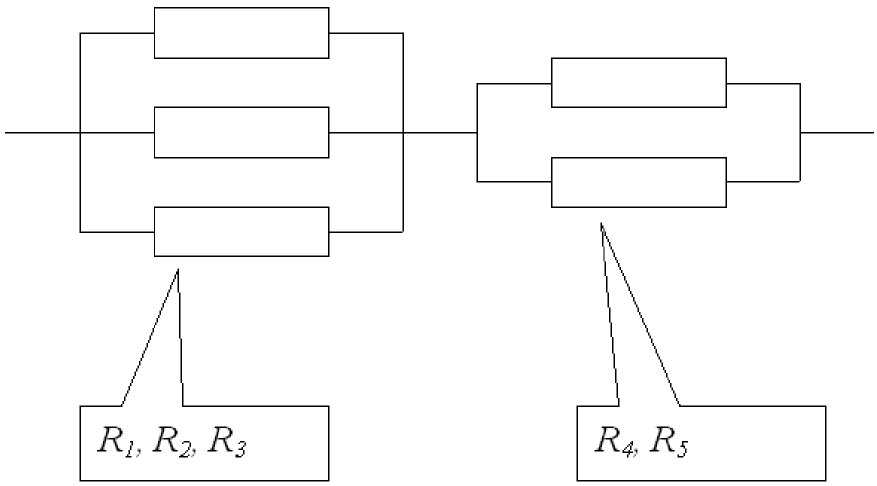
2. Článek s elektromotorickým napětím U_e = 3 V a určitým vnitřním odporem je připojen na rezistor 1,4 Ω (do série). Obvodem protéká proud 2 A. Jak velký je celkový odpor obvodu? Jaký je vnitřní odpor článku? Jaké je svorkové napětí článku?
[Odpor obvodu $R_o = U_e/I$ = 1,5 Ω; Odpor vnitřní R_v = 1,5 − 1,4 = 0,1 Ω; svorkové napětí $U_s = U_e - R_v \cdot I$ = 3 – 0,1 · 2 = 2,8 V]

3. Zdroj s elektromotorickým napětím 12 V a s vnitřním odporem 0,8 Ω je připojen k rezistoru s odporem 3,2 Ω (do série). Jak velký proud protéká obvodem? Jak velké je svorkové napětí zdroje?
[Celkový odpor obvodu R = 0,8 + 3,2 = 4 Ω; proud $I = U_e/R$ = 12/4 = 3 A; svorkové napětí U_s je menší o úbytek na vnitřním odporu R_v: $U_s = U_e - R_v \cdot I$ = 12 – 0,8 · 3 = 9,6 V].

4. Jak velký je odpor dvouvodičového vedení ke spotřebiči vzdálenému 10 m, které bylo instalováno z hliníkového vodiče o průřezu 2,0 mm^2? Jak velký by byl odpor vedení, pokud by se průměr vodiče zvětšil 3krát? Měrný odpor hliníku je 27 · 10^{-9} Ωm.
[$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = 27 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{2 \cdot 10}{2 \cdot (10^{-3})^2} = 0{,}27$ Ω; odpor je nepřímo úměrný průřezu S, pro odpory jinak stejných vedení musí platit $R_2/R_1 = S_1/S_2 = [(\pi d_1^2/4)/(\pi d_2^2/4)] = (d_1/d_2)^2 = (1/3)^2 = 1/9$, odpor se 9krát zmenší]

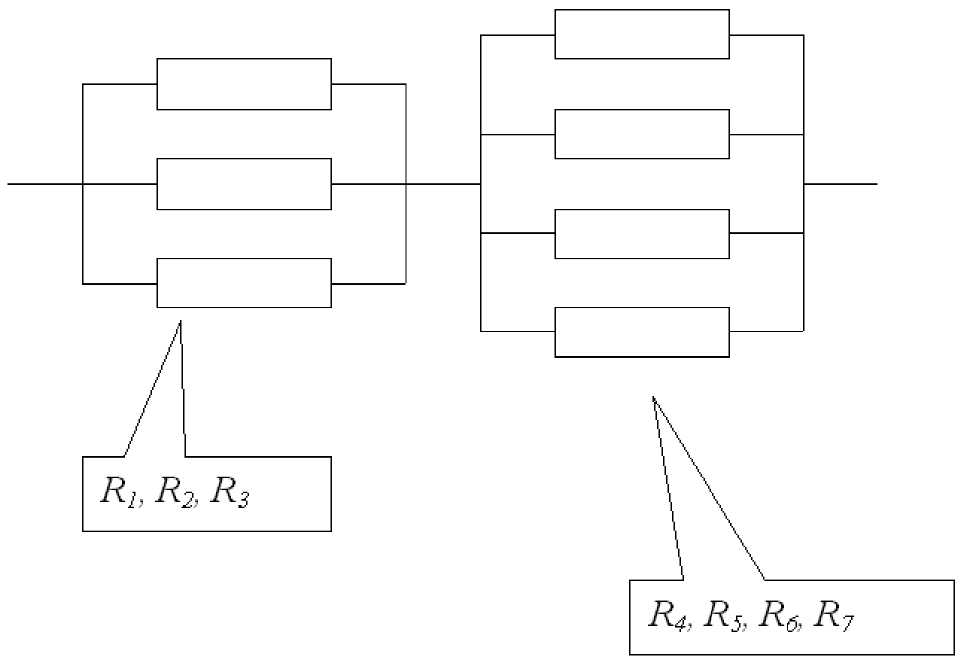
5. Na 3 rezistory, které jsou zapojeny do série, je připojeno napětí 120 V. Jejich odpory mají hodnoty 400 Ω, 150 Ω a 50 Ω. Vypočtěte celkový odpor takto zapojených rezistorů, proud procházející obvodem, úbytky napětí na jednotlivých rezistorech.
[Celkový odpor je při sériovém zapojení rezistorů roven součtu dílčích odporů, R = 600 Ω; podle Ohmova zákona spočteme proud I = 0,2 A; úbytky napětí na 1., 2. a 3. rezistoru: U = 400 · 0,2 = 80 V, 30 V a 10V]

6. Na 3 rezistory, které jsou zapojeny paralelně, je připojeno napětí 120 V. Jejich odpory mají hodnoty 400 Ω, 150 Ω a 50 Ω. Vypočtěte celkový odpor takto zapojených rezistorů, celkový proud procházející obvodem, proudy procházející jednotlivými rezistory.
[Při paralelním zapojení rezistorů je celkový odpor převrácená hodnota celkového odporu (R) rovna součtu převrácených hodnot dílčích odporů (R_i):
$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{400} + \frac{1}{150} + \frac{1}{50} = 0{,}0292\ \Omega^{-1}$, celkový odpor R = 1/0,0292 = 34,3 Ω;
celkový proud I = 120/34,3 = 3,5 A; dílčí proudy na 1., 2. a 3. rezistoru jsou:
$I_1 = U/R_1$ = 120/400 = 0,3 A; I_2 = 0,8 A; I_3 = 2,4 A (suma dílčích proudů se musí rovnat celkovému proudu 3,5 A)]



Obrázek 1

7. Pět rezistorů je zapojeno podle schématu na obrázku 1. Rezistory 1, 2, a 3 jsou zapojeny paralelně, jejich odpory jsou R_1 = 200 Ω, R_2 = 400 Ω, R_3 = 400 Ω. Rezistory 4 a 5 jsou opět zapojeny paralelně, jejich odpory jsou R_4 = 250 Ω, R_5 = 250 Ω. Skupina prvních tří paralelně zapojených rezistorů je zapojena sériově ke skupině druhých dvou paralelně zapojených rezistorů. Vypočtěte celkový odpor uvedeného systému rezistorů.
[Pro celkový odpor systému paralelně zapojených rezistorů R_1, R_2 a R_3 platí:
$1/R_{1,2,3}$ = 1/200 + 1/400 + 1/400 = 0,01; jejich celkový odpor $R_{1,2,3}$ = 1/0,01 = 100 Ω;
pro celkový odpor systému paralelně zapojených rezistorů R_4 a R_5 platí:
$1/R_{4,5}$ = 1/250 + 1/250 = 0,008; jejich celkový odpor $R_{4,5}$ = 1/0,008 = 125 Ω;
celkový odpor systému všech rezistorů R = 100 + 125 = 225 Ω]



Obrázek 2

8. Sedm rezistorů je zapojeno podle schématu na obrázku 2. Rezistory 1, 2, a 3 jsou zapojeny paralelně, jejich odpory jsou $R_1 = 300\ \Omega$, $R_2 = 300\ \Omega$, $R_3 = 300\ \Omega$. Rezistory 4, 5, 6 a7 jsou opět zapojeny paralelně, jejich odpory jsou $R_4 = 400\ \Omega$, $R_5 = 400\ \Omega$, $R_6 = 400\ \Omega$, $R_7 = 400\ \Omega$. Skupina prvních tří paralelně zapojených rezistorů je zapojena sériově ke skupině druhých čtyř paralelně zapojených rezistorů. Vypočtěte celkový odpor uvedeného systému rezistorů. [Postup viz příklad 7. $1/R_{1,2,3} = 1/300 + 1/300 + 1/300 = 0{,}01$; $R_{1,2,3} = 1/\ 0{,}01 = 100\ \Omega$; $1/R_{4,5,6,7} = 4 \cdot 1/400 = 0{,}01$; $R_{4,5,6,7} = 1/0{,}01 = 100\ \Omega$; celkový odpor $R = 100 + 100 = 200\ \Omega$]

9. Baterie suchých článků dodávala po dobu 70 minut proud 20 mA při svorkovém napětí 4,5 V. Jaký náboj prošel obvodem, jaký výkon byl dodáván do vnějšího obvodu a jaká celková práce byla dodána? [náboj $Q = 84$ C; výkon $P = 0{,}090$ W; práce $W = 378$ J]

10. Na dva *paralelně* zapojené rezistory o odporu 100 Ω a 50 Ω je vloženo napětí 200 V. Vypočtěte:
a) celkový odpor zapojených rezistorů. [$1/R = 1/100 + 1/50 = 0{,}03$, $R = 1/0{,}03 = 33{,}3\ \Omega$]
b) proud protékající rezistorem o odporu 100 Ω. [$I = U/R = 2$ A]
c) tepelný výkon na tomto rezistoru za daných podmínek. [$P = U \cdot I = U^2/R = 400$W]
d) náboj prošlý přes tento rezistor za 30 s. [$Q = I \cdot t = 60$ C]
e) teplo uvolněné na rezistoru během 30 s. [Jouleovo teplo $Q_J = P \cdot t = 12\ 000$ J]

11. Žárovka má označení 230 V, 100 W. Vypočtěte:
a) proud prochází žárovkou při připojení na napětí 230 V. [$P = U \cdot I = U^2/R$;
proud $I = P/U = 100/230 = 0{,}435$ A
b) odpor vlákna žárovky. [$R = U^2/P = 230^2/100 = 529\ \Omega$]
c) energii spotřebovanou za 1 hodinu svícení. [Energie uvolněná jako Jouleovo teplo se může vypočítat z výkonu a času případně z napětí a prošlého náboje
$Q = I \cdot t$, $Q_J = P \cdot t = U \cdot I \cdot t = 360$ kJ]

12. Na patici automobilové žárovky je napsáno $U = 12$ V, $I = 1{,}6$ A. Jaký má elektrický odpor a příkon? [Odpor $R = U/I = 7{,}5\ \Omega$; výkon $P = U \cdot I = 19{,}2$ W].

13. Jistič odpojí elektrický obvod sítě o napětí 230 V při proudu 10 A. Jaký je největší možný elektrický příkon v obvodu? [$P = U \cdot I = 230 \cdot 10 = 2{,}3$ kW]

14. Varná konvice má příkon 1 kW. O kolik stupňů se ohřeje 1 litr vody ($\rho = 1\,000$ kg/m^3, $c = 4\,180$ J · kg^{-1} · K^{-1}) za 5 minut? (Uvažujte účinnost 100%).
[Teplo předané vodě $Q = W = P \cdot t = 1\,000 \cdot 5 \cdot 60 = 300 \cdot 10^3$ J je využito k ohřevu:
$Q = m \cdot c \cdot \Delta t$; z toho
$\Delta t = Q/(m \cdot c) = Q/(\rho \cdot V \cdot c) = 300 \cdot 10^3/(1\,000 \cdot 0{,}001 \cdot 4180) = 71{,}8\ ^{\circ}\mathrm{C}$]

15. Jaká je spotřeba elektrické energie k ohřátí náplně koupací vany 100 litrů z teploty 10 °C na 50 °C (vyjádřete v kWh)? Do jaké výšky by bylo třeba tuto vodu vynést, aby jejím průtokem přes turbínu byla při účinnosti 100 % potřebná energie získána? ($\rho = 1\,000$ kg/m^3, $c = 4\,180$ J · kg^{-1} · K^{-1})
[Potřebné teplo $Q = m \cdot c \cdot \Delta t = \rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta t = 1000 \cdot 0{,}1 \cdot 4\,180 \cdot (50 - 10) = 16{,}72 \cdot 10^6$ J. K vyjádření energie v kWh vyjdeme z toho, že J = W · s:

$$16{,}72 \cdot 10^6\,\mathrm{W \cdot s} = 16{,}72 \cdot 10^3\,\mathrm{kWs} \cdot \frac{h}{60 \cdot 60\,\mathrm{s}} = \frac{16{,}72 \cdot 10^3\,\mathrm{kWh}}{3600} = 4{,}64\ \mathrm{kWh}$$

(1 kWh = 3 600 kJ). Potřebnou výšku určíme z potenciální energie
$E_p = m \cdot g \cdot h$; $h = E_p/(m \cdot g) = 16{,}72 \cdot 10^6/100 \cdot 9{,}81 = 17\,044$ m].

16. U odporových teploměrů se volí odpor 100 Ω.. Jak dlouhý musí být platinový drát o průměru 45 μm? (Rezistivita platiny $\rho = 0{,}109 \cdot 10^{-6}$ Ω · m)

$$[R = \rho \cdot \frac{l}{S},\ l = R \cdot \frac{S}{\rho} = R \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{1}{\rho} = 100 \cdot \frac{\pi \cdot \left(45 \cdot 10^{-6}\right)^2}{4} \cdot \frac{1}{0{,}109 \cdot 10^{-6}} = 1{,}46\ \mathrm{m}]$$

17. Elektrický ohřívač připojený na síť s napětím 230 V ohřeje 1,5 litru vody ($\rho = 1\,000$ kg/m^3, $c = 4\,180$ J/kg · K) za 1 minutu z 15 °C na 60 °C při 100% účinnosti. Jak velkou energii je třeba dodat na ohřev, jak velký je potřebný elektrický příkon ohřívače a jaký odpor musí mít topná spirála? [tepelná energie $Q = 282\,150$ J; $P = 4{,}7$ kW; $R = 11{,}2$ Ω. Postup výpočtu:
$Q = \rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta t = 1000 \cdot 0{,}0015 \cdot 4180 \cdot (60 - 15) = 282\,150$ J. Tepelný výkon ohřívače $P = Q/t = 282\,150/60 = 4\,702{,}5$ J/s $= 4\,702{,}5$ W. Odpor elektrické spirály vypočteme ze vztahu pro elektrický výkon $P = U \cdot I = U^2/R$, z kterého úpravou získáme potřebný vztah a dosadíme $R = U^2/P = 230^2/4\,702{,}5 = 11{,}2$ Ω]

18. Příkon transformátoru je 1 000 W, účinnost 95 %. Jaký proud prochází sekundárním vinutím, jestliže sekundární napětí je 100 V? [$\eta = P_2/P_1$, elektrický výkon v sekundární části je $P_2 = P_1 \cdot \eta = 1000 \cdot 0{,}95 = 950$ W, $P_2 = U_2 \cdot I_2$, $I_2 = P_2/U_2 = 950/100 = 9{,}5$ A]

19. Hydraulický zvedák zvedl náklad o hmotnosti 500 kg do výšky 2 m za 8 s. Hnacím elektromotorem, připojeným k síti o napětí 230 V procházel proud 6,6 A. Jaká je účinnost celého zařízení?
[$P_o = U \cdot I = 230 \cdot 6{,}6 = 1\,518$ W, $P = W/t = m \cdot g \cdot h/t = 500 \cdot 9{,}81 \cdot 2/8 = 1\,226{,}2$ W, $\eta = P/P_o = 1\,226{,}2/1\,518 = 80{,}8$ %].

20. Kolik elektronů musíme dodat neutrálnímu tělesu, aby získalo náboj 1 coulomb? Elementární náboj jednoho elektronu $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.
[$Q = n \cdot e$ (n je počet elektronů); $n = Q/e = 1/1{,}6 \cdot 10^{-19} = 6{,}25 \cdot 10^{18}$]

21. V daném místě elektrického pole působí na bodový náboj 20 μC síla 0,1 N. Vypočtěte velikost intenzity elektrického pole (E) v tom místě.
[$F = E \cdot Q$, $E = F/Q = 0{,}1/(20 \cdot 10^{-6}) = 5 \cdot 10^3$ N/C.]

22. Podle Rutherfordova (planetárního) modelu atomu vodíku elektron obíhá kolem protonu tvořícího jádra atomu po kruhové dráze, přičemž potřebná dostředivá síla zakřivující dráhu elektronu je zajišťována přitahováním protonu a elektronu. Jak velká je dle modelu tato síla? Náboj elektronu i protonu má stejnou absolutní hodnotu $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, liší se však znaménkem, poloměr dráhy elektronu je $5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m, konstanta úměrnosti z Coulombova zákona $k = 8{,}99 \cdot 10^9$ N · m^2 · C^{-2}.

[Přitažlivá síla $F = k \cdot \dfrac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 8{,}99 \cdot 10^9 \cdot \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{(5{,}3 \cdot 10^{-11})^2} = 8{,}2 \cdot 10^{-8}$ N]

23 Použitím Coulombova zákona a Newtonova gravitačního zákona vypočtěte, jaký je poměr elektrické odpudivé síly a gravitační přitažlivé síly pro 2 elektrony ve vakuu. Hmotnost elektronu $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, náboj $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, gravitační konstanta $\kappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m^2 · kg^{-2}, konstanta úměrnosti z Coulombova zákona pro vakuum $k = 8{,}99 \cdot 10^9$ N · m^2 · C^{-2}.

[Coulombův zákon: $F_e = k \cdot \dfrac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$ Newtonův gravitační zákon: $F_g = \kappa \cdot \dfrac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$
Povšimněte si formální shody obou zákonů, jejichž porovnáním pak získáme

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{k}{\kappa} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{m_1 \cdot m_2} = \frac{k \cdot e^2}{\kappa \cdot m^2} = \frac{8{,}99 \cdot 10^9 \cdot \left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(9{,}1 \cdot 10^{-31}\right)^2} = 4{,}2 \cdot 10^{42}$$

Vidíme, že elektrická síla je nesrovnatelně větší, než síla gravitační.]

24. V homogenním elektrickém poli elektrostatického odlučovače o intenzitě $E = 5 \cdot 10^5$ V/m je prachovým částicím o hmotnosti $m = 10^{-10}$ g udělováno zrychlení $a = 1{,}6$ m/s^2. Jak velký náboj částice mají?
[Síla elektrická uděluje částici zrychlení, tzn., že platí $F_e = E \cdot Q = m \cdot a$; po vyjádření elektrické síly $E \cdot Q = m \cdot a$ lze získat vztah pro náboj $Q = m \cdot a/E = 10^{-13} \cdot 1{,}6/(5 \cdot 10^5) = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C]

25. Veličina G je definována $G = 1/R$, kde R je odpor. Jak se nazývá tato veličina? Jak se nazývá její odvozená jednotka? [Elektrická vodivost, siemens]

26. Kapacita deskového kondenzátoru se vypočte ze vztahu $C = \varepsilon \cdot S/d$ (d – vzdálenost desek, S – plocha desky. Jak se nazývá odvozená jednotka kapacity? Jak se nazývá veličina označená ve vzorci písmenem ε? [Farad, permitivita]

27. Jak se nazývá přístroj na měření elektrického proudu? [Ampérmetr]
Jak se při tomto měření zapojuje do obvodu? [Sériově]
Jaký má mít vnitřní odpor, aby měřený proud odpovídal původnímu proudu před připojením?
[Co nejmenší, aby při sériovém připojení co nejméně zvýšil celkový odpor obvodu, a tak zapojením nedošlo prakticky ke snížení měřeného procházejícího proudu.]
Jakým zařízením se zvětšuje jeho rozsah? [Paralelně připojeným rezistorem (bočníkem)]

28. Jak se nazývá přístroj na měření elektrického napětí? [Voltmetr]
Jak se při tomto měření zapojuje do obvodu? [Paralelně k měřené části obvodu.]
Jaký má mít vnitřní odpor, aby měřené napětí odpovídalo původnímu napětí před připojením? [Co největší, aby při paralelním připojení přes něj prakticky neprocházel žádný proud a nedošlo ke snížení proudu (I) procházejícího původním obvodem a nesnížila se tak sledovaná hodnota $U = R \cdot I$].
Jakým zařízením se zvětšuje jeho rozsah? [Předřadným rezistorem]

29. Podle hodnoty veličiny značené μ_r lze usuzovat na magnetické vlastnosti látek. Jestliže látka zeslabuje vnější magnetické pole je její hodnota μ_r menší než 1, pro látku zesilující vnější magnetické pole je hodnota μ_r větší než 1. Jak se jmenuje tato veličina? Jak se rozlišují látky podle tohoto chování. Doplňte věty:
a) Látky, jejichž hodnota μ_r je menší než 1, řadíme mezi látky ......
b) Látky, jejichž hodnota μ_r je mírně větší než 1, řadíme mezi látky. .....
c) Látky, jejichž hodnota μ_r je výrazně větší než 1, řadíme mezi látky.....
[Veličina se nazývá relativní permeabilita; látky:
a) diamagnetické, např. měď, bismut, chlorid sodný, voda;
b) paramagnetické, např. kapalný i plynný kyslík, platina, wolfram;
c) feromagnetické, např. železo, kobalt mangan, magnetovec (Fe_3O_4).]

31. Na vodič v magnetickém poli, kterým prochází elektrický proud I, působí toto pole silou $F = B \cdot I \cdot l$, kde l je délka vodiče v magnetickém poli. Veličina B charakterizuje magnetické pole. Vyberte v tabulce řádek, v němž je uvedena tato veličina správně se svou jednotkou:

Název	Jednotka
Permeabilita	N/A^2
Magnetická síla	newton
Magnetická indukce	tesla
Permitivita	$C^2 \cdot m^{-2} \cdot N^{-1}$

[magnetická indukce, tesla]

32. Přímým vodičem délky 600 mm orientovaným kolmo k indukčním čarám magnetického pole s magnetickou indukcí 30 mT prochází proud 4 A. Určete velikost magnetické síly, která na vodič působí. [$F = B \cdot I \cdot l = 30 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 0{,}6 = 0{,}072$ N]

15. Kmity a vlnění

1. Časový průběh výchylky při daných harmonických kmitech je popsán rovnicí
$y = 3 \cdot \sin 4\pi t$; čas je v sekundách, amplituda v metrech.
a) Jaká je maximální výchylka při tomto pohybu? [3 m]
b) Jaká je úhlová frekvence? [$\omega = 4\pi = 12{,}56$ rad/s]
c) Jaká je frekvence? [$f = \omega/2\pi = 4\pi/2\pi = 2$ Hz]
d) Jaká je doba kmitu (perioda)? [$T = 1/f = ½ = 0{,}5$ s]
e). Jaká je fáze v čase 5 s? [$\varphi = \omega \cdot t = 4 \cdot \pi \cdot 5 = 20\pi = 62{,}8$ rad]
[Obecná rovnice kmitů $y = A \cdot \sin \omega t$; kde $A = 3$ m je amplituda (maximální výchylka), úhlová frekvence $\omega = 4\pi$ rad/s]

2. Při harmonickém pohybu se mění okamžitá výchylka kmitajícího hmotného bodu, dále jeho rychlost a zrychlení a síla vracející bod zpět do rovnovážné polohy. Které z těchto veličin dosahují **současně (tedy ve stejném okamžiku)** maximálních hodnot (uvažujte absolutní hodnoty veličin)? Vyberte správnou odpověď.

a) okamžitá výchylka, rychlost a zrychlení.
b) rychlost, zrychlení a síla,
c) okamžitá výchylka, zrychlení a síla.
d) okamžitá výchylka, rychlost a síla,
[c]

3. Při netlumeném harmonickém pohybu se kmitající bod právě vychyluje z rovnovážné polohy směrem ke krajní poloze. Jak se přitom mění jeho potenciální, celková a kinetická energie? Vyberte správné odpovědi.

a) Jeho potenciální energie	klesá,	roste,	nemění se?
b) Jeho celková energie	klesá,	roste,	nemění se?
c) Jeho kinetická energie	klesá,	roste,	nemění se?

[a) roste; b) nemění se; c) klesá]

4. Reálný harmonický oscilátor byl vychýlen z rovnovážné polohy vnější silou. Po uvolnění síly kmitá frekvencí, která je určena charakteristickými vlastnostmi oscilátoru v prostředí, které klade jeho kmitům odpor.
Určete všechny 4 otázky, jakým způsobem kmitá:

a) tlumeně,	netlumeně?
b) s konstantní výchylkou	s klesající výchylkou?
c) s konstantní celkovou energií	s klesající celkovou energií?
d) vlastními kmity	vynucenými kmity?

[a) tlumeně; b) s klesající výchylkou; c) s klesající celkovou energií; d; vlastními kmity]

5. Oscilátor je rozkmitáván periodicky působící vnější silou; koná tzv. vynucené kmity s frekvencí, se kterou na něj působí vnější síla. Jak se bude měnit amplituda vynucených kmitů, když se mění frekvence působení vnější síly? Jak se nazývá stav, při kterém dosáhne amplituda maximální hodnoty?
[Amplituda se zvyšuje, když se přibližuje frekvence vnější síly frekvenci vlastních kmitů oscilátoru; maxima dosáhne při rezonanci, kdy se frekvence vynucených kmitů (frekvence působení vnější síly) právě vyrovná frekvenci vlastních kmitů.]

6. Co je vlnění postupné a co vlnění stojaté?
[Vlnění postupné se vyznačuje tím, že zdroj vlnění rozkmitá částice prostředí ve své blízkosti a ty pak rozkmitají částice další, kmitání se takto postupně přenáší ze zdroje vlnění do míst vzdálenějších od zdroje. Při postupném vlnění se tímto způsobem přenáší energie z jednoho místa na druhé, ale nepřenáší se látka tvořená kmitajícími částicemi.
Stojaté vlnění vzniká složením dvou stejných vln (přímé a odražené), které postupují proti sobě. Dochází k němu tehdy, když vlnění probíhá v prostředí (v látce) v uzavřeném prostoru (např. tyč, struna, blána bubnu, stěna, konstrukce stavby). Zde se setkávají vlny přímé jdoucí jedním směrem s vlnami odraženými jdoucími směrem opačným. Při tomto jevu se rozkmitají částice látky v celém uzavřeném prostoru – látka se chvěje, přičemž amplituda (rozkmit) kmitajících částic je různá - její absolutní hodnota roste a klesá dle sinusové závislosti na vzdálenosti.]

7. Co je vlnění podélné a co je vlnění příčné?
[Příčné vlnění – kmity se konají kolmo na směr postupu vlnění (u stojatého vlnění ve směru nárůstu a poklesu amplitudy). Podélné vlnění – kmity se konají ve směru postupu vlnění; dochází k zhušťování (stlačování) a zřeďování (rozpínání). Příčně i podélně může probíhat vlnění jak postupné, tak i stojaté.]

8. Co je to kmitna a co je to uzel? S kterým typem vlnění jsou tyto pojmy spojeny?
[Kmitny a uzly vznikají při stojatém vlnění těles (struna, tyč, sloupec plynu). Kmitny jsou body kmitající s maximální amplitudou, uzly jsou body, které jsou v klidu.]

9. Při stojatém vlnění na napjaté struně (upevněná na obou koncích) jsou
A. na koncích kmitny a uprostřed uzel;
B. na koncích uzly a uprostřed kmitna;
C. na jednom konci kmitna a na druhém uzel.
[B]

10. Postupná rychlost vlnění je 0,5 m/s, frekvence vlnění má hodnotu 4 Hz. Určete periodu a vlnovou délku?
[$T = 1/f = 1/4 = 0{,}25$ s, λ (vlnová délka) $= c \cdot T = 0{,}5 \cdot 0{,}25 = 0{,}125$ m]

11. Jaký dráhový posun musí mít dvě vlnění o stejné vlnové délce a stejné rychlosti, aby se skládala s maximální amplitudou (podmínka pro vznik maxima při interferenci)?
[Dráhy se musí lišit o celistvý násobek vlnové délky tedy o λ, $2\,\lambda$, $3\,\lambda$, atd., obecně o $n \cdot \lambda$, kde n jen je celé číslo.]

12. Jaký dráhový posun musí mít dvě vlnění o stejné vlnové délce a stejné rychlosti, aby se skládala s minimální amplitudou (podmínka pro vznik minima při interferenci)?
[Dráhy se musí lišit o lichý násobek poloviny vlnové délky, tedy o $\lambda/2$, $3 \cdot \lambda/2$, $5 \cdot \lambda/2$, atd., obecně $(2n+1) \cdot \lambda/2$, kde n jen je celé číslo.]

13. Napište rovnici harmonického kmitání, je-li amplituda 5 cm a doba kmitu 0,5 s.
[Obecná rovnice: $y = A \cdot \sin \omega t$, $A = 5$ cm $= 5 \cdot 10^{-2}$ m, $\omega = 2 \cdot \pi/T = 2 \cdot \pi/0{,}5 = 4\,\pi$. Po dosazení do obecné rovnice $y = 5 \cdot 10^{-2} \cdot \sin 4\pi t$]

14. Harmonické kmitání je popsáno rovnicí $y = 8 \cdot 10^{-2} \sin 6\pi t$. Jaká je jeho amplituda a frekvence? [$A = 8$ cm; $f = 2$ Hz. Z obecného tvaru rovnice (příklad 13) plyne, že $A = 8 \cdot 10^{-2}$ m a že $\omega = 6 \cdot \pi$ rad/s; protože $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$, musí v našem případě platit, že $2 \cdot \pi \cdot f = 4 \cdot \pi$; odtud $f = 4 \cdot \pi/(2 \cdot \pi) = 2$ Hz.]

15. Vlnová délka mikrovlnného záření v mikrovlnné troubě je 12,5 cm. Jaká je frekvence (uvažujte rychlost vlnění $3 \cdot 10^8$ m/s)?
[$c = \lambda \cdot f$, $f = c/\lambda = 3 \cdot 10^8/12{,}5 \cdot 10^{-2} = 2{,}4$ GHz].

16. Průběh napětí střídavého proudu v síti je popsán rovnicí $u = 325 \cdot \sin 100\pi t$. Jaká je amplituda napětí a frekvence? [Amplituda $U_m = 325$ V a frekvence $f = 50$ Hz; z obecného tvaru rovnice (příklad 13) je zřejmá přímo hodnota amplitudy a to, že hodnota úhlové frekvence $\omega = 100 \cdot \pi$ rad/s; protože $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$, musí v našem případě platit,
že $2 \cdot \pi \cdot f = 100 \cdot \pi$; odtud $f = 100 \cdot \pi/(2 \cdot \pi) = 50$ Hz].

16. Akustika

1. Co je to zvuk? [Mechanické vlnění vnímatelné lidským sluchem, tj. v rozmezí frekvencí asi 16 Hz až 20 kHz.]

2. Co je to infrazvuk a ultrazvuk? [Mechanická vlnění, přičemž infrazvuk má frekvenci menší než 16 Hz; ultrazvuk frekvenci větší než 20 kHz.]

3. Je zvuk vlnění podélné nebo příčné. [V plynech a kapalinách – podélné (na hladině kapaliny však existuje rovněž příčné vlnění); v tuhých látkách současně oba typy vlnění, rychlejší je podélné a pomalejší je příčné.]

4. Jaká je přibližná rychlost zvuku ve vzduchu? [340 m/s při 20°C a relativní vlhkosti 50 %]

5. Rychlost zvuku ve vzduchu je 340 m/s. Jakou vlnovou délku má zvuk s frekvencí 20 Hz?
[$\lambda = c \cdot T = c/f = 340/20 = 17$ m]

6. Lidské ucho vnímá zvuky v rozmezí 16 Hz až 20 kHz. Jaká je minimální a maximální délka vlny slyšitelného zvuku ve vzduchu (rychlost zvuku ve vzduchu je 340 m/s)? [$v = \lambda \cdot f$,
$\lambda = v/f = 340/20 \cdot 10^3 = 1{,}7$ cm, $\lambda = v/f = 340/16 = 21{,}25$ m].

7. Zvuk se šíří ve vzduchu rychlostí 340 m/s, ve vodě rychlostí 1 480 m/s. Jak se změní vlnová délka vzduchu při přechodu ze vzduchu do vody?
[Vlnění se šíří různým prostředím různou rychlostí. Při přechodu z jednoho prostředí do druhého se vždy zachová frekvence. Jelikož platí, že rychlost vlnění $v = \lambda \cdot f$, musí se současně změnit vlnová délka. Při konstantní frekvenci v obou prostředích musí platit $f = v_1/\lambda_1 = v_2/\lambda_2$; z toho $\lambda_2/\lambda_1 = v_2/v_1 = 1\,480/340 = 4{,}35$. Vlnová délka zvuku ve vodě je 4,35 krát větší než ve vzduchu].

8. Podélné vlnění vzduchu se projevuje jako periodické změny tlaku vzduchu (akustický tlak). Akustický tlak daného vlnění je popsán rovnicí $p = 1\,000 \cdot \sin 1\,980\, t$ [μPa]. Určete úhlovou frekvenci tohoto vlnění a zjistěte, zda frekvence (výška) tohoto vlnění vzduchu je lidským uchem slyšitelná, tj. zda se jedná o zvuk, ultrazvuk nebo infrazvuk.
[Úhlová frekvence je $\omega = 1\,980$ rad/s; $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$; $f = \omega/(2 \cdot \pi) = 1\,980/(2 \cdot \pi) = 315$ Hz, tato frekvence leží v rozmezí 16 Hz až 20 kHz, toto vlnění vzduchu je tedy normálním lidským uchem slyšitelné – je to zvuk.]

9. Čím je určována výška tónu?
[Frekvencí kmitů – absolutně (netrénovaný člověk obvykle není schopen sluchem určovat absolutní výšku určitého jediného tónu), nebo relativně, tj. poměrem frekvence tónů vzhledem ke srovnávacímu tónu (při srovnávání většina lidí rozliší, zda sledovaný tón je vyšší či nižší vzhledem k srovnávacímu tónu); srovnávací frekvence v technice 1 000 Hz, v hudbě komorní a, tj. 440 Hz].

10. Co je to intenzita zvuku (I), v jakých se měří jednotkách?
[Energie přenesená zvukovým vlněním za jednotku času (výkon) jednotkou plochy, která je kolmá ke směru šíření vln: $I = P/S$; jednotka W/m^2.]

11. Jak se mění intenzita zvuku se vzdáleností od zdroje? [Klesá se čtvercem vzdálenosti]

12. Jak je definována hladina intenzity zvuku (L) a v jakých se měří jednotkách?
[$L = 10 \cdot \log (I/I_0)$, jednotkou při takto napsaném vzorci je decibel (dB), (jednotka 10x větší, bel, se v praxi nepoužívá), I je intenzita sledovaného zvuku, I_0 je intenzita srovnávací, jejíž hodnota byla zvoleno 10^{-12} W/m^2, což odpovídá mezi slyšitelnosti pro frekvenci 1 000 Hz.)

10. Vypočtěte hladinu intenzity zvuku (počet dB), který má intenzitu 10^{-5} W/m^2.
[$L = 10 \cdot \log (I/I_0) = 10 \cdot \log (10^{-5}/10^{-12}) = 10 \cdot \log 10^7 = 70$ dB]

11. Jaká je hladina intenzity zvuku, který má intenzitu 0,02 W/m^2?
[$L = 10 \cdot \log (2 \cdot 10^{-2}/10^{-12}) = 10 \cdot (\log 2 + \log 10^{10}) = 10 \cdot (0{,}30+10) = 103$ dB]

13. Setkávají se 3 zvuky s hladinami intenzit $L_1 = 25$ dB, $L_2 = 60$dB a $L_3 = 65$ dB. Jaká je hladina intenzity výsledného zvuku? [Hladina intenzity společně působících hluků se zvyšuje tak, že se sčítají jejich intenzity (při výpočtu se nesčítají hladiny intenzit!); hodnoty L je třeba vyjádřit v belech: 2,5; 6,0; 6,5; odlogaritmovat: 316; 10^6; $3{,}16 \cdot 10^6$; sečíst takto vypočtené relativní intenzity vztažené na I_0: $4{,}16 \cdot 10^6$; vypočítat L pro tento součet: 66,2 dB. Pro stanovení výsledné hladiny intenzity platí následující vztah:
$L = 10 \cdot \log \Sigma\, 10^{0,1L_i} = 10 \log (10^{2,5} + 10^6 + 10^{6,5}) = 10 \cdot \log (316 + 10^6 + 3{,}16 \cdot 10^6) =$
$10 \cdot \log (4{,}16 \cdot 10^6) = 10 \cdot 6{,}62 = 66{,}2$ dB]

14. Dva stroje mají hladinu intenzity zvuku 82 dB a 85 dB. Jaká je výsledná hladina intenzity?
[$L = 10 \cdot \log (10^{8,2} + 10^{8,5}) = 10 \cdot \log (1{,}585 \cdot 10^8 + 3{,}162 \cdot 10^8) = 10 \cdot \log (4{,}747 \cdot 10^8) =$
$10 \cdot (\log 4{,}747 + 8 \cdot \log 10) = 10 \cdot (0{,}676 + 8) = 86{,}8$ dB]

15. Práh slyšitelnosti je při intenzitě zvuku 10^{-12} W/m^2, práh bolesti při intenzitě 1 W/m^2. Jaké hladiny intenzity zvuku odpovídají oběma prahům?

[Práh slyšitelnosti: $L = 10 \cdot \log \dfrac{I}{I_0} = 10 \cdot \log \dfrac{10^{-12}}{10^{-12}} = 10 \cdot \log 1 = 0$ dB

Práh bolesti: $L = 10 \cdot \log \dfrac{I}{I_0} = 10 \cdot \log \dfrac{1}{10^{-12}} = 10 \cdot \log 10^{12} = 10 \cdot 12 \cdot \log 10 = 120$ dB]

16. Jeden stroj vyvolá v měřeném místě hladinu intenzity zvuku 80 dB. Jaká bude hladina intenzity při chodu jednoho sta strojů?
[$L = 10 \cdot \log \Sigma\, 10^{0,1L_i} = 10 \cdot (\log 100 \cdot 10^8) = 10 \cdot \log 10^{10}) = 10 \cdot 10 = 100$ dB]

17. O kolik se zvýší hladina intenzity zvuku, když intenzitu zvuku zvýšíme 2x, 50x a 100x ?
[Intenzita zvuku s hladinou L_0 se n-krát zvýší. Hladinu intenzity tohoto silnějšího zvuku vypočteme dle vztahu z příkladu 12, v němž všech n hladin intenzity L_i má stejnou hodnotu L_0

$$L = 10 \cdot \log \sum_{i=1}^{n} 10^{0,1L_i} = 10 \cdot \log n \cdot 10^{0,1L_0} = 10 \cdot \log n + 10 \cdot \log 10^{0,1L_0} = 10 \cdot \log n + L_0$$

Tedy, zvýší-li se intenzita zvuku n-krát, zvýší se výsledná hladina intenzity o $10 \cdot \log n$.
Zvýšení intenzity 2x: zvýšení hladiny intenzity o $10 \cdot \log 2 = 10 \cdot 0{,}3 = 3$ dB
50x: zvýšení hladiny intenzity o $10 \cdot \log 50 = 10 \cdot 1{,}7 = 17$ dB
100x: zvýšení hladiny intenzity o $10 \cdot \log 100 = 10 \cdot 2 = 20$ dB]

18. Co říká Weberův-Fechnerův fyziologický zákon?
[**Změna počitku je přímo úměrná relativní změně popudu (relativní změně fyzikální veličiny, která počitek vyvolává).** To tedy znamená, že jestliže budící veličina roste řadou geometrickou, odpovídající počitek roste pouze řadou aritmetickou, např. subjektivní síla zvukového vjemu roste s logaritmem intenzity zvuku. Proto byla zavedena veličina hladina intenzity zvuku. Toto chování organismů zajišťuje, že organismy jsou pak schopny rozlišovat jak změny při nízké úrovni podnětů (např. zvuky v tichém lese), tak při úrovni podnětů vyšších o několik řádů (zvuky na diskotéce).]

17. Optika geometrická, vlnová, kvantová

1. Elektromagnetické záření lze popsat jako elektromagnetické vlnění obvykle veličinami označenými λ, c, f (nebo také ν). Které jsou to veličiny a jaký je mezi nimi vztah? [λ - vlnová délka, c rychlost světla (maximální ve vakuu 300 000 km/s), f (ν) – frekvence: $\lambda = c/f$]

2. Jakou frekvenci má elektromagnetické záření s vlnovou délkou ve vakuu 800 nm? [rychlost světla $c = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $f = c/\lambda = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}/800 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m} = 3{,}75 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}$]. Podle vlnové délky rozhodněte, jaký druh záření to je (viz otázka 7)? [Záření s touto vlnovou délkou patří mezi záření infračervené (nad 770 nm).]

3. Elektromagnetické záření je vlnění stojaté nebo postupné? Co to znamená a z čeho to jasně vyplývá? [Postupné, vlna postupuje prostorem určitou fázovou rychlostí – přenáší energii z jednoho místa na jiné (viz příklad 15/6).]

4. Elektromagnetické záření je vlnění podélné nebo příčné? Co to znamená a z čeho to vyplývá? [(Viz příklad 15/7.) Příčné, kmity se konají kolmo na směr pohybu (jsou možné všechny směry v rovině kolmé na směr pohybu). Toto vlnění je polarizovatelné, tj. lze z něj získat vlnění polarizované (kmity se konají jen v jednom směru kolmém na směr pohybu). Podélné vlnění (kmity ve směru pohybu) nelze pochopitelně polarizovat.]

5. Elektromagnetické záření lze popsat jako tok částic, které nesou určité kvantum energie a mají určitou hmotnost. Jak se nazývají tyto částice? [fotony; pohybují se stejnou rychlostí jako je rychlost vlnění, c ve vakuu $3 \cdot 10^8$ m/s]

6. Jaký vztah platí mezi energií fotonů (ε), jeho hmotností (m) a veličinami popisujícími odpovídající záření jako vlnění, tj. frekvencí (f) a vlnovou délkou (λ)?
[$\varepsilon = m \cdot c^2$, $\varepsilon = h \cdot f = h \cdot c/\lambda$, kde h je Planckova konstanta $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$]
Jakou energii nese foton IR záření, jehož vlnová délka je 800 nm?
[$\varepsilon = h \cdot f = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 800 \cdot 10^{-9} = 5{,}3 \cdot 10^{-40}\ \mathrm{J}$]

7. Elektromagnetická záření podle vlnových délek (tudíž i frekvencí a energií fotonů) dělíme do určitých skupin. Uveďte jednotlivé typy elektromagnetického záření v pořadí podle klesající vlnové délky, a tedy i podle rostoucí frekvence případně rostoucí energie jejich fotonů (hovoříme o tzv. úplném spektru elektromagnetického záření). [Obvykle se uvádějí tyto druhy, jejich hranice nemusí být přesně ostré, mohou se překrývat nebo být uváděny poněkud odlišně:
radiové vlny (rozhlasové a televizní, obvykle se ještě dělí na dlouhé, střední, krátké a velmi krátké vlny); $10^4 – 0{,}1$ m
mikrovlny; $10^{-1} – 10^{-3}$ m

infračervené záření (značeno **IR** nebo **IČ)**, 10^{-3} m = 1 mm – 770 nm
světelné záření (viditelné); 770 − 390 nm
ultrafialové záření (značeno **UV** nebo **UF**); 390 nm – 10 nm
rentgenové záření; 10^{-8} m − 10^{-12} m
gama záření; kratší než 10^{-12} m, nejenergetičtější fotony přicházejí z kosmu, takže pak záření s nejkratšími vlnovými délkami nazýváme **kosmické záření]**

8. Seřaďte uvedené typy elektromagnetického záření podle klesající vlnové délky (od nejvyšší vlnové délky k nejnižší): a, viditelné; b, infračervené; c, gama; d, rentgenové. [b; a; d; c]

9. Seřaďte uvedené typy elektromagnetického záření podle rostoucí frekvence (od nejnižší k nejvyšší): a, rentgenové; b, mikrovlnné; c, ultrafialové; d, viditelné. [b; d; c; a]

10. Jaký zákon platí pro odraz vlnění (světla)? [Zákon odrazu: úhel odrazu se rovná úhlu dopadu, přičemž odražený paprsek zůstává v rovině dopadu.]

11. Jaký zákon platí pro lom vlnění (světla) na rozhraní dvou prostředí? [Zákon lomu (Snellův). 1, Paprsek se při přechodu z jednoho prostředí do druhého láme tak, že poměr sinu úhlu dopadu (α) ku sinu úhlu lomu (β) je konstantní pro dané prostředí; tato konstanta se nazývá index lomu (n) a rovná se poměru rychlosti vlnění v prostředí, ze kterého vlnění vystupuje (v_1), ku rychlosti vlnění v prostředí, do kterého vstupuje (v_2): $n = v_1/v_2 = \sin\alpha/\sin\beta$; 2, lomený paprsek zůstává v rovině dopadu.]

12. Co je to absolutní index lomu (pro určitou látku, prostředí)? [Poměr rychlosti světla ve vzduchoprázdnu (c) k rychlosti světla v daném prostředí (v): $n^0 = c/v$]

13. Co znamenají lom od kolmice a lom ke kolmici a kdy který nastává? [Lom ke kolmici nastává, když světlo přechází z prostředí opticky řidšího do prostředí opticky hustšího, z toho plyne, že rychlost světla se při přechodu přes rozhraní snižuje a úhel dopadu je větší než úhel lomu; lom od kolmice nastává při přechodu z prostředí opticky hustšího do prostředí opticky řidšího.]

14. Co rozumíme pod výrazy prostředí opticky hustší a prostředí opticky řidší? [V opticky hustším prostředí se světlo šíří menší rychlostí než v prostředí řidším. Při přechodu z jednoho prostředí do druhého se na opticky hustším prostředí světlo odráží s opačnou fází, na opticky řidším se stejnou fází.]

15. Co je mezní úhel? [Přechází-li paprsek z prostředí řidšího do prostředí hustšího a dopadá-li na rozhraní pod úhlem 90° (klouže právě po rozhraní, takže větší úhel dopadu již nemůže být), láme se pod mezním úhlem; je to tedy maximální úhel, pod kterým se paprsek ještě může lámat.]

16. Kdy nastává totální odraz? [Postupuje-li paprsek daným prostředím a dopadne na rozhraní s prostředím řidším a úhel dopadu je větší než úhel mezní, nemůže paprsek vstoupit do řidšího prostředí (úhel lomu nemůže být větší než 90°, větší úhel znamená, že paprsek nepřejde přes rozhraní), takže na rozhraní se jen odráží, tedy zcela.]

17. Absolutní index lomu skla $n^0_D = 1{,}4$. Jakou rychlostí se bude šířit sodíkové světlo tímto sklem? ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s) [$n_D = c/v$, $v = c/n_D = 3 \cdot 10^8/1{,}4 = 2{,}14 \cdot 10^8$ m/s]

18. Absolutní index lomu vody je 1,33, křemenného skla 1,46, diamantu 2,42. Jaká je rychlost světla v těchto látkách? ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s) [voda $v = c/n = 3 \cdot 10^8/1{,}33 = 2{,}26 \cdot 10^8$ m/s, křemenné sklo $v = 3 \cdot 10^8/1{,}46 = 2{,}05 \cdot 10^8$m/s, diamant $v = 3 \cdot 10^8/2{,}42 = 1{,}24 \cdot 10^8$ m/s]

19. Jaký bude mezní úhel pro rozhraní sklo vakuum, je-li absolutní index lomu 1,4?
[Mezní úhel $\beta = 45{,}6°$; $\sin 90°/\sin \beta = n^0 = 1{,}4$; $\sin \beta = 1/1{,}4$]

20. Světlo dopadá na rozhraní dvou látek pod úhlem 60° a láme se pod úhlem 35,3°. Jaký je index lomu pro toto rozhraní? [$n = \sin \alpha / \sin \beta = \sin 60°/\sin 35{,}3° = 1{,}5$]

21. Světlo sodíkové výbojky má ve vzduchu vlnovou délku $\lambda_{vz} = 590$ nm; rychlost světla ve vzduchu je prakticky stejná jako ve vakuu ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s). Jakou vlnovou délku má ve vodě, je-li absolutní index lomu vody $n = 1{,}33$?
[$n = c/v = \lambda_{vz} \cdot f_{vz}/\lambda_{vo} \cdot f_{vo}$. Protože při přechodu z jednoho prostředí do druhého se frekvence nemění ($f_{vz} = f_{vo}$) platí $n = \lambda_{vz}/\lambda_{vo}$, $\lambda_{vo} = \lambda_{vz}/n = 590/1{,}33 = 444$ nm.]

22 Index lomu závisí na vlnové délce paprsku lámaného světla. K čemu dojde, když se láme paprsek vícebarevného (polychromatického světla)? [Vzniká barevné spektrum - světlo rozložené podle vlnových délek. Společný polychromatický paprsek se rozloží na vějíř paprsků různých barev, protože se paprsek pro každou vlnovou délku (barvu) láme pod jiným úhlem. Více se láme světlo s kratší vlnovou délkou (nejvíce fialové, nejméně červené). Technicky se rozklad polychromatického paprsku (s různými vlnovými délkami) na monochromatické paprsky (s jedinými vlnovými délkami) na základě lomu provádí na hranolech.]

23. Byl změřen absolutní index lomu pro červené sklo, $n_č = 1{,}505$, a pro fialové sklo, $n_f = 1{,}528$. Jaká je rychlost červeného a fialového světla v daných sklech ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s) Vypočtěte pro oba případy mezné úhly pro přechod světla z vakua do skla? [Rychlost světla ve sklech v: $n = c/v$; $v_č = c/n_č = 300\,000/1{,}505 = 199\,300$ km/s, $v_f = c/n_f = 300\,000/1{,}528 = 196\,300$ km/s. Mezní úhel pro skla β: $n = \sin 90°/\sin \beta$; $\sin \beta_č = 1/n_č = 1/1{,}505 = 0{,}6645$, $\beta_č = 41{,}64°$, $\sin \beta_f = 1/n_f = 1/1{,}528 = 0{,}6645$, $\beta_f = 40{,}88°$. Světlo fialové se láme více ke kolmici než světlo červené.]

24. Co získáme, jestliže rozložíme bílé světlo podle vlnové délky? [Barevné spektrum - světlo rozložené podle barev: světlo červené (nejdelší vlnová délka), oranžové, žluté, zelené, modré a fialové (nejkratší vlnová délka)]

25. Co je to lineárně polarizované světlo a jakým způsobem je lze získat? [Kmity vlnění se konají jen v jednom směru (kmity nepolarizovaného světla se konají ve všech možných směrech kolmých ke směru šíření světla); polarizované světlo lze získat např. 1. lomem – dokonale polarizované vznikne jen při vhodném úhlu dopadu (když tangens úhlu dopadu je roven indexu lomu); 2. dvojlomem na opticky anizotropním krystalu (v přístrojích nejčastěji na Nicolově hranolu z islandského vápence); 3. průchodem přes polarizační filtr (polaroid).]

26. Co je zářivý tok? [Energie přenesená zářením (Φ_e) za jednotku času (t), tj. výkon přenášený zářením; $\Phi_e = I_e/t$, jednotkou je watt]

27. Co je zářivost? [Výkon vyzařovaný do jednotkového prostorového úhlu (Ω); $I_e = \Phi_e/\Omega$, jednotka W/sr (jednotka steradián viz poznámka u příkladu 19.6 v kapitole 1.1).]

28. Co je intenzita vyzařování? [Zářivý tok vyzařovaný jednotkou plochy; $M_e = \Phi_e/S$; jednotkou je W/m^2]

29. Jaký výkon má laser, který vyzáří energii 2 J za 4 ps?
[$P = W/t = 2/(4 \cdot 10^{-12}) = 0{,}5 \cdot 10^{12}$ W = $0{,}5 \cdot 10^{6}$ MW]

30. Co jsou radiometrické a co fotometrické veličiny? [Radiometrické veličiny jsou veličiny objektivní, které popisují elektromagnetické záření pomocí energie přenášené zářením (zářivý tok, zářivost, atd.). Fotometrické veličiny jsou veličiny popisující pouze elektromagnetické záření vnímané lidským zrakem – světlo, a to podle subjektivního vjemu na lidský zrak. Vjem je závislý nejen na energii záření, ale zároveň na vlnové délce záření. Lidské oko vnímá jen záření asi v rozmezí 390 − 770 nm, a to s rozdílnou citlivostí pro různé vlnové délky (největší citlivost asi 555 nm). K fotometrickým veličinám patří základní veličina svítivost a dále světelný tok a osvětlenost (dříve osvětlení). Základní jednotkou pro fotometrii je kandela.]

31. Co je kandela? [Jednotka svítivosti, jedna ze základních jednotek. Definice (definice není uvedena k učení nazpaměť): **Kandela (cd) je svítivost zdroje, který v daném směru vysílá monofrekvenční záření o kmitočtu 540 · 10^{12} Hz a jehož zářivost je v tomto směru 1/683 W/sr**. Kmitočet 540 · 10^{12} Hz má žlutozelené světlo o vlnové délce 555 nm, na něž má oko největší citlivost. Svítivost 1 cd má přibližně plamen svíčky, 100 W žárovka má svítivost asi 200 cd.]

32. Co je světelný tok (Φ_s)? [Veličina odvozená od odpovídající objektivní veličiny – zářivého toku. Vystihuje, jaký subjektivní zrakový vjem vyvolává určitý zářivý tok o dané vlnové délce, případně daných vlnových délkách. Jednotkou je lumen (lm) = cd · sr. Zdroj se zářivým tokem 1 W vyzařující žlutozelené světlo s vlnovou délkou 555 nm má světelný tok 683 lm. Při jiné vlnové délce je stejný svítivý tok vyvolán větším zářivým tokem, důsledek menší citlivosti oka při jiných vlnových délkách. Určuje se srovnáváním na základě zrakových vjemů.]

33. Co je svítivost (I_s)? [Podíl světelného toku vycházející z bodového zdroje ku prostorovému úhlu, do kterého tento světelný tok vstupuje, $I_s = \Phi_s/\Omega$, jednotkou je kandela.]

34. Co je osvětlenost (E_s)? [Světlený tok dopadající na jednotku plochy, $E_s = \Phi_s/S = I_s \cdot \Omega/S$, jednotkou je lux (lx) = lumen/m^2 = cd · sr/m^2].

35. Jaký je světelný tok (Φ_s) bodového zdroje o svítivosti I_s = 50 cd? [Bodový zdroj svítí do celého prostoru kolem, tj. do prostorového úhlu 4π sr; $I_s = \Phi_s/\Omega$, $\Phi_s = I_s \cdot \Omega = 50 \cdot 4\pi =$ 628 lm]

36. Vypočtěte osvětlení (E_s) plochy osvětlované bodovým zdrojem o svítivosti 200 cd, který je ve vzdálenosti 2 m od plochy, jestliže světlo dopadá na plochu pod úhlem α = 30°?
[Pro osvětlení platí vztah $E_s = I_s \cdot \cos\alpha/r^2 = 200 \cdot \cos 30°/2^2 = 43{,}3$ lx.]

37. V jaké vzdálenosti od stolu musí být umístěna žárovka o svítivosti 100 cd při úhlu dopadu 60°, aby osvětlenost stolu byla 300 lx?
[$E_s = I_s \cdot (\cos\alpha)/r^2$, $r = \sqrt{I_s \cdot \cos\alpha / E_s} = \sqrt{100 \cdot \cos 60° / 300} = 0{,}41$ m]

38. Sestavte tabulku vzájemně si odpovídajících radiometrických veličin (založených na měření zářivé energie) a fotometrických veličin (založených na vjemu lidského oka) včetně jejich jednotek, a to pro tyto tři radiometrické veličiny: zářivost, zářivý tok, ozářenost (intenzita ozáření).

Zářivost	I_e [W/sr]	Svítivost	I_s [cd]
Zářivý tok	Φ_e [W]	Světelný tok	Φ_s [lm]
Ozářenost	E_e [W/m^2]	Osvětlenost	E_s [lx]

39. Proč slyšíme za roh, ale nevidíme za roh? [Zvuk i světlo je vlnění a platí pro ně Huygensův princip. Při přechodu vlnění přes překážku dochází k ohybu vlnění, přičemž záleží na poměru délky vlny a velikosti překážky. Je-li délka vlny podstatně kratší než velikost překážky, nedochází k ohybu. To je v běžném životě případ světla (λ = 390 nm až 770 nm). Je-li délka vlny větší než překážka, vlnění se ohýbá. To je případ zvuku. (λ = 0,017 m až 17 m).]

40. Při průchodu elektromagnetického záření z vakua do vakua (resp. ze vzduchu do vzduchu) přes tenkou vrstvu propustného materiálu o konstantní tloušťce (planparalelní) se záření, které prošlo vrstvou pouze jednou, setkává se zářením, které se odrazilo od spodní plochy vrstvičky k horní a zase zpět a které pak prošlo vrstvičkou třikrát. Dráhy takových paprsků se od sebe liší. Pro záření dopadající kolmo na vrstvu tloušťky $\boldsymbol{d}$ z materiálu s absolutním indexem lomu $\boldsymbol{n}$ je dráhový rozdíl obou paprsků roven $\mathbf{2 \cdot \boldsymbol{d} \cdot \boldsymbol{n}}$ (bereme v úvahu delší dráhu materiálem a navíc to, že se mimo vrstvičku pohybuje záření n-krát rychleji). Určete vlnové délky záření, která se zesilují na tenké vrstvě d = 200 nm a s indexem lomu n = 1,5.
[Interferencí se zesilují vlnění, pokud se sejdou ve fázi, tj. jejichž rozdíl drah se bude rovnat celistvému násobku (k) vlnové délky: $\mathbf{2 \cdot \boldsymbol{d} \cdot \boldsymbol{n} = \boldsymbol{k} \cdot \lambda}$ (k se nazývá řád), $\lambda = 2 \cdot d \cdot n/k$, pro zesílené záření s nejdelší vlnovou délkou (při k = 1) platí $\lambda_1 = 2 \cdot d \cdot n = 2 \cdot 200 \cdot 1{,}5 = 600$ nm (viditelné záření, oranžové), pro další zesílené záření s kratší vlnovou délkou platí $\lambda_2 = 2 \cdot d \cdot n/k = 2 \cdot 200 \cdot 1{,}5/2 = 300$ nm (UV), další $\lambda_3 = 200$ nm (UV); materiál propouštějící UV záření kratších vlnových délek již budeme obtížně hledat (křemen do 180 nm, kazivec do 100 nm). Obdobné jevy nastávají při odrazu na tenké vrstvě (při odrazu však dochází ke změně fáze – odraz na pevném konci).]

41. Co je to optická mřížka, k čemu slouží a jak funguje? [Propustná destička (pro světlo např. skleněná) s rovnými, hustými a jemnými vrypy stejně vzdálenými od sebe (funguje jako soustava štěrbin). Slouží k rozkladu záření podle vlnových délek, tj. k vytváření spektra. Při průchodu paprsku přes mřížku dochází k ohybu, tj. průchodem přes optickou mřížku se vystupující záření odklání do jiných směrů, než měl původní paprsek. Skládají se přitom paprsky, které urazily různé dráhy. Paprsky světla dané vlnové délky dopadají na stínítko za mřížkou jen pod určitými úhly, protože jsou interferencí zesilovány jen do těch směrů, pro jejichž dráhové (fázové) posuny platí podmínka maximálního zesílení. V důsledku toho je polychromatické světlo rozkládáno podle vlnových délek a vzniká spektrum (dopadající polychromatický paprsek vystupuje jako vějíř monochromatických paprsků). Při ohybu platí rovnice $b \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda$, kde b je konstanta mřížky - vzdálenost sousedních vrypů na mřížce, α je úhel, pod kterým vystupuje monochromatický paprsek zesílený interferencí, λ je vlnová délka záření tohoto paprsku, k je celé číslo (0, 1, 2, …) – řád spektra. Pro určitou vlnovou délku je podmínka zesílení splněna několikrát, takže záření této vlnové délky vystupuje pod několika úhly. Z toho plyne, že pro jeden dopadající polychromatický paprsek získáváme několik spekter pro různé hodnoty k – spektra různých řádů, která se vzájemně překrývají, tj. paprsek určité vlnové délky náležející do spektra jednoho řádu se objeví vedle paprsku záření jiné vlnové délky, který patří do spektra jiného řádu.]

42. Co je to odrazová mřížka? [Rozkladná mřížka vyrobená vyrytím velkého počtu jemných vrypů na zrcadlové ploše. Slouží k spektrálnímu rozkladu záření. Pracuje obdobně jako mřížka na rozklad světla ohybem. K interferenci dochází po odrazu paprsků na vrypech. Pro rozklad záření v oblasti viditelného, infračerveného a ultrafialového záření se ve spektrálních přístrojích používají většinou právě odrazové mřížky.]

43. Optické přístroje, kterými se rozkládá elektromagnetické záření podle vlnových délek do spektra, mohou být založeny na třech principech. Kterých? [Rozklad lomem na hranolu, rozklad ohybem nebo odrazem na mřížce, rozklad interferencí na tenké vrstvě.]

44. Rozklad světla na barevné spektrum můžeme pozorovat např.: a) duha za deště, b) duhové kroužky na olejových nebo benzinových skvrnách na vodě. Jaká je podstata těchto dějů?
[a) duha – rozklad světla lomem; b) olej na vodě tvoří tenkou vrstvu proměnlivé tloušťky. Při odrazu světla dochází podle vlnové délky k interferenčnímu zesilování světla. Jak se mění tloušťka vrstvy, mění se i vlnová délka – barva světla zesíleného interferencí.]

45. Na čem se rozkládá rentgenové záření a proč? [Záření lze rozkládat podle vlnových délek jen na mřížkách, jejichž konstanty (vzdálenosti vrypů) jsou srovnatelné s vlnovými délkami rozkládaného záření. Rentgenové záření má vlnové délky 10^{-12} až 10^{-8} m. Mřížky s tak jemnými vrypy nelze vyrobit rytím. Max von Laue upozornil, že srovnatelné vzdálenosti mají vrstvy částic (atomů, iontů, molekul) v krystalech (částice uspořádané do krystalové mřížky). Při odrazu RTG záření na povrchových vrstvách krystalů dochází pak k tomu, že v důsledku interference vystupuje RTG záření dané vlnové délky jen pod určitými úhly, a to podle Braggovy rovnice $2 \cdot d \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda$, kde α je úhel dopadu na rovinu krystalu a také odrazu, λ je vlnová délka záření, k je řád spektra (viz otázka 33) a d je vzdálenost rovin v krystalu. Na tomto principu lze získávat spektrum daného proměřovaného RTG záření, nebo zářením určité vlnové délky určovat vzdálenosti vrstev ve sledovaném krystalu.]

46. Co je to absolutně černé těleso? [Těleso, které absorbuje (pohlcuje) veškeré elektromagnetické záření, které na ně dopadá (dokonale černé těleso je pouhá fyzikální abstrakce, které se lze reálně přiblížit). Běžná reálně se chovající tělesa určitou část dopadajícího záření odrážejí a pouze zbytek pohltí. Takto pohlcená energie se přemění na teplo. Pokud tato energie není okamžitě odváděna, zvyšuje se vnitřní energie tělesa a tudíž i jeho teplota. Těleso podle své teploty ztrácí energii vyzařováním elektromagnetického záření. Jestliže energie není přiváděna jinak než pohlcováním a odváděna jinak než vyzařováním, po určité době vznikne takový rovnovážný stav, kdy energetický výkon dodávaný pohlcením dopadajícího záření se vyrovná energetickému výkonu uvolňovanému vyzařováním, teplota tělesa se pak již nebude měnit. Matematický vztah mezi výkonem vyzařovaným absolutně černým tělesem a jeho teplotou byl vyjádřen Stefanovýn-Boltzmannovým zákonem a v dokonalejší formě pak Planckovým zákonem.]

47. Jakým zákonem se řídí vyzařování absolutně černého tělesa? [Planckův vyzařovací zákon (matematické nebo grafické vyjádření viz učebnice fyziky). Zákon uvádí vztah, který vystihuje, jak je energie vyzařována různou měrou při různých vlnových délkách, a to podle teploty černého tělesa. Tento zákon byl formulován na základě představy, že energie je vyzařována po energetických kvantech (viz fotony). Dále z něj vyplývají zákonitosti, kterými se vyzařování řídí a které byly již poznány před formulací zákona Planckem. Jmenují se po fyzicích, kteří tyto zákonitosti formulovali (viz dále).]

48. Co říká Stefanův-Boltzmannův zákon?
[Celková energie, kterou vyzáří zdroj - absolutně černé těleso - z jednotkové plochy za jednotku času (M_e, jednotka W/m^2) je přímo úměrná čtvrté mocnině termodynamické teploty zdroje: $M_e = \sigma \cdot T^4$; konstanta $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W · m^{-2} · K^{-4}.]

49. Absolutně černé těleso vyzařuje s intenzitou 240 W/m^2. Jakou teplotu musí mít toto těleso? ($\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W · m^{-2} · K^{-4}) [Pro vyzařování platí Stefanův-Boltzmannův zákon:
$M_e = \sigma \cdot T^4$; $T = \sqrt[4]{M_e/\sigma} = \sqrt[4]{240/\left(5{,}67 \cdot 10^{-8}\right)} = 255$ K, po přepočtu na Celsiovu stupnici
$t = T - 273 = 255 - 273 = -18$ °C.]

50. Co říká Wienův posunovací zákon? [Vlnová délka, při které vyzařuje absolutně černé těleso nejvíce energie (λ_{max}), se zkracuje s rostoucí termodynamickou teplotou tělesa (T): $\lambda_{max} = b/T$, konstanta $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ m · K; prakticky to znamená, že čím vyšší je teplota tělesa, tím kratší jsou vlnové délky, při nichž je energie vyzařována.]

51. Při jaké vlnové délce bude ležet maximum intenzity záření vyzařovaného absolutně černým tělesem při teplotě 6 000 K, při jaké vlnové délce při teplotě 300 K?
[$\lambda_{max} = b/T$, $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ m · K; pro T = 6 000 K $\lambda_{max} = 2{,}9 \cdot 10^{-3}/6\,000 = 483 \cdot 10^{-9}$ m = = 483 nm – modré světlo; T = 300 K, $\lambda_{max.} = 9{,}67 \cdot 10^{-6}$ m = 9,67 μm – infračervené záření. Teplota 6 000 K odpovídá teplotě na Slunci, které vyzařuje hlavně ve viditelné oblasti, méně v UV a případně v IR oblasti. Teplota 300 K odpovídá teplotě Země, která vyzařuje prakticky jen v IR oblasti.]

52. Slunce vyzařuje maximum energie na vlnové délce λ = 500 nm (modrozelená). Jaká je povrchová teplota Slunce (uvažujte chování absolutně černého tělesa)? ($b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ m · K)
[$\lambda_{max} = b/T$, $T = b/\lambda = 2{,}9 \cdot 10^{-3}/500 \cdot 10^{-9} = 5\,800$ K]

53. Při jaké vlnové délce vyzařuje lidské tělo maximum energie, je-li jeho povrchová teplota 35 °C (uvažujte chování absolutně černého tělesa)? ($b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ m · K)
[$\lambda_{max} = b/T = 2{,}9 \cdot 10^{-3}/(35+273) = 9{,}42 \cdot 10^{-6}$m = 9,42 μm, tj. infračervené záření]

54. Při vnějším fotoelektrickém jevu existuje vztah mezi tzv. výstupní prací a minimální, limitní frekvencí (mezní kmitočet). Výstupní práce při fotoelektrickém jevu na wolframu je $7{,}2 \cdot 10^{-19}$ J. Vypočtěte limitní frekvenci a jí odpovídající vlnovou délku ve vakuu. Určete, zda viditelné světlo (390 − 770 nm) je schopné vyvolat fotoelektrický jev na wolframu. ($h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s) [Fotony záření, které jsou schopny vyvolat fotoelektrický jev, musí mít energii minimálně (ε_m) rovnu výstupní práci (W_v - práce spojená s uvolněním elektronu z kovu), což znamená, že toto záření musí mít alespoň tomu odpovídající frekvenci: $W_v = \varepsilon_m = h \cdot f_m$, limitní (minimální možná) frekvence $f_m = W_v/h = 7{,}2 \cdot 10^{-19}/6{,}63 \cdot 10^{-34}$ = = $1{,}09 \cdot 10^{15}$ Hz; Vlnová délka tohoto záření je $\lambda = c/f = 3 \cdot 10^8/(1{,}09 \cdot 10^{15}) = 2{,}76 \cdot 10^{-6}$ m = = 275 nm. Záření s vlnovou délkou delší (např. 390 nm) bude mít fotony s menší energií, které tedy nemohou uvolňovat elektrony z wolframu, tj. nevyvolají fotoelektrický jev. Fotoelektrický jev vyvolá záření s vlnovou délkou kratší než 275 nm.]

55. Může viditelné elektromagnetické záření způsobit fotoemisi u sodíku, je-li výstupní práce pro sodík $W_v = 3{,}6 \cdot 10^{-19}$ J? ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s).
[$\lambda = h \cdot c/W_v = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8/3{,}6 \cdot 10^{-19} = 5{,}5 \cdot 10^{-7}$ m = $550 \cdot 10^{-9}$ m = 550 nm; elektromagnetická záření této vlnové délky a délek kratších vyvolá fotoemisi na sodíku, tyto vlnové délky náleží do rozsahu viditelného světla.]

56. Některé detektory elektromagnetického záření využívají principu vnějšího fotoelektrického jevu. Uveďte dva takové detektory. [fotonka a fotonásobič]

57. Jak vznikne emisní spektrum v emisním spektrometru? [Ze zdroje spektrometru je emitováno (vyzařováno) elektromagnetické záření. K tomu je látce ve zdroji dodávána energie - u tepelných zdrojů zahříváním. Dodávanou energií může být látka štěpena na volné atomy a případně jednoatomové ionty. Tyto částice jsou dodáním další energie převáděny ze základních stavů do stavů vzbuzených (vnější elektrony v obalu přejdou do energeticky vyšších atomových orbitalů). Pak při přechodu elektronů do nižších energetických stavů, případně až zpět do základního stavu se zbavují energie vyzařováním fotonů, které mohou mít jen určité energie (ε_i). Energie uvolněného fotonu musí odpovídat rozdílu energie elektronu při přeskoku z výchozího atomového orbitalu (AO), který má vyšší energii, na AO s nižší energií. Je tedy vyzařováno záření jen určitých vlnových délek ($\lambda_i = h \cdot c/\varepsilon_i$). Vystupující emitované záření je pak rozděleno podle vlnových délek (je získáno spektrum viz příklady 30, 32, 49) a ukáže se, při jakých vlnových délkách atomy a ionty vyzařovaly. Volné atomy, případně atomární ionty, vyzařují záření jen určitých, oddělených hodnot vlnových délek, získané spektrum je **spektrum čárové**.]
Poznámka. Jestliže září látka, která není rozštěpena na volné částice např. rozžhavená tuhá látka (rozžhavený kus železa, žhnoucí uhlík), září podobně jako absolutně černé těleso při různých, plynule se měnících vlnových délkách. Spektrum takto vzniklého záření pak tedy ukáže, že jsou zastoupeny všechny vlnové délky – ***spojité spektrum****.]*

58. Jak vznikne absorpční spektrum v absorpčním spektrometru? [Ze zdroje spektrometru je vyzařováno spojité záření (zastoupeny všechny vlnové délky z určitého rozsahu – např. viditelné oblasti). Toto záření prochází absorbující (pohlcující) látkou. Látka podle povahy částic, z nichž je složena, pohlcuje toto záření. Jestliže jsou absorbující částice volné atomy či jednoatomové ionty, je pohlcováno záření jen určitých, oddělených vlnových délek. Jestliže jsou absorbující částice molekuly nebo víceatomové ionty, je absorbováno záření v určitých užších rozmezích vlnových délek – v pásech. Záření prošlé látkou je rozloženo podle vlnových délek (je získáno spektrum), tím se ukáže, které vlnové délky nejsou ve spektru zastoupeny, tj. záření kterých vlnových délek bylo pohlceno při průchodu látkou. Získané absorpční spektrum pak může být **čárové** - pro atomy a jednoatomové ionty, nebo **pásové** - pro molekuly a víceatomové ionty.]

59. Které částice musí vyzařovat nebo pohlcovat elektromagnetické záření, aby vzniklo čárové spektrum? [volné atomy nebo jednoatomové ionty]

60. Které částice musí vyzařovat nebo pohlcovat elektromagnetické záření, aby vzniklo pásové spektrum? [Volné molekuly nebo víceatomové ionty. Takovéto částice jsou složitější než volné atomy. Při emisi nebo vhodněji při pohlcování záření se mění energie těchto částic (při emisi záření se molekuly většinou rozpadají na volné atomy). To může být spojeno s přechodem elektronu z jednoho molekulového orbitalu na jiný, což je doprovázeno největšími energetickými změnami částice (odpovídá energii fotonů UV záření nebo světla). V rámci každého tohoto stavu elektronů, mohou vazby mezi atomy kmitat a stříhat – vibrovat s určitými frekvencemi, čemuž přísluší opět určité hodnoty energií (energetické stavy), mezi nimiž jsou daleko menší rozdíly než při přeskocích elektronů na molekulových orbitalech (odpovídá energiím fotonů IR záření). V rámci těchto vibračních stavů může molekula rotovat, a to opět s určitými energetickými stavy, mezi nimiž jsou ještě menší rozdíly (odpovídá energiím fotonů mikrovlnného záření). Při určitém elektronovém přechodu dochází současně i k různým změnám vibrací a rotací, takže tento přechod není spojen se změnou

jediné možné dané hodnoty energie (jako je tomu u atomu), ale některé hodnoty energie z určitého rozmezí. Tomu tedy odpovídá možná absorpce (případně emise) fotonů, které mohou mít energie z tohoto rozmezí, a tedy i určité rozmezí vlnových délek možného pohlcovaného (emitovaného) záření – tomu odpovídá pás ve spektru.]

61. Co je to spojité spektrum? [Spektrum záření, které obsahuje záření všech vlnových délek (lze ovšem získat najednou spektrum záření pouze v určitém rozmezí vlnových délek – např. viditelná a blízká ultrafialová oblast, nebo pouze IR oblast)].

62. Žluté sodíkové světlo má vlnovou délku 588 nm. Vzniká při přechodu atomu sodíku z nejbližšího excitovaného stavu do stavu základního. Jaký je energetický rozdíl mezi oběma energetickými stavy. ($h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s)
[Rozdíl energetických stavů při přechodu elektronu z 4p na 3s musí odpovídat energii vyzařovaného fotonu, $\varepsilon = h \cdot f = h \cdot c/\lambda = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}/588 \cdot 10^{-9} = 3{,}38 \cdot 10^{-19}$ J]

63. Jaká je energie fotonu světla o vlnové délce $\lambda = 500$ nm a rentgenova záření o frekvenci $f = 3 \cdot 10^{18}$ Hz? ($h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s) [Energie fotonu daného světla $\varepsilon = h \cdot f = h \cdot c/\lambda = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}/500 \cdot 10^{-9} = 3{,}98 \cdot 10^{-19}$ J; energie fotonu rentgenova záření $\varepsilon = h \cdot f = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{18} = 1{,}99 \cdot 10^{-15}$ J]

64. Může pohlcení fotonu z viditelné oblasti molekulou freonu vyvolat štěpení vazby mezi uhlíkem a chlorem? Uvažujte průměrnou vazebnou energii C-Cl $E_v = 340$ kJ/mol. (Avogadrova konstanta $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s)
[Foton může rozštěpit vazbu, pokud je jeho energie stejná nebo větší, než je energie jediné vazby mezi danými atomy (ε_v): $\varepsilon_v = E_v/N_A = 340\,000$ J/mol/$6{,}022 \cdot 10^{23} = 5{,}65 \cdot 10^{-19}$ J.
Vlnová délka záření s fotony této energie: vyjdeme z rovnice $\varepsilon = h \cdot c/\lambda$;
$\lambda = h \cdot c/\varepsilon = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}/5{,}65 \cdot 10^{-19} = 3{,}5 \cdot 10^{-7}$ m $= 350 \cdot 10^{-9}$ m = 350 nm.
Záření potřebné ke štěpení musí mít tuto vlnovou délku nebo kratší (tj. minimální potřebnou energii fotonu nebo vyšší). Takové záření náleží do ultrafialové oblasti. Viditelné záření tedy nemá fotony energeticky dostatečně bohaté na štěpení uvedené vazby].

65. Jaké znáte skupiny detektorů elektromagnetického záření z oblasti viditelné a UV?
[1. na bázi vnějšího fotoelektrického děje (při ozařování kovu je energie fotonu dodána elektronu v krystalu kovu a elektron pak může být uvolněn z krystalu) - fotonky a fotonásobiče, proud procházející detektorem je úměrný intenzitě dopadajícího záření; 2. na bázi vnitřního fotoelektrického děje, (energie fotonu je dodána elektronu v krystalu polovodiče a elektron se pak může pohybovat v rámci krystalu) – fotorezistor (fotoodpor), fotodioda, odpor klesá s intenzitou dopadajícího záření, resp. procházející proud roste s intenzitou dopadajícího záření; 3. fotočlánky (hradlový fotočlánek), ve kterých se energie záření mění na elektrickou, napětí článku je úměrné intenzitě dopadajícího záření.]

18. Radioaktivní záření

1. Co je to radioaktivita? [Děj, při kterém se atomová jádra daného nuklidu samovolně mění na jádra nuklidu jiného za uvolňování částic radioaktivního záření. Pokud jsou radioaktivní nuklidy přirozeně se nacházející v přírodě, hovoříme o přirozené radioaktivitě. Existují i uměle připravené nuklidy (jadernými reakcemi), v přírodě se přirozeně nevyskytující, které jsou radioaktivní; pak hovoříme o radioaktivitě umělé.]

2. Jaké existují druhy radioaktivního záření? [α, β, γ]

3. Co jsou částice α (základní vlastnosti a zákon posuvu)? [Jsou to jádra hélia (skládají se ze dvou protonů a ze dvou neutronů), částice jsou tedy kladně nabité, jejich počáteční rychlost je řádově desetina rychlosti světla, při průchodu látkou mají malou pronikavost, ale velké ionizační schopnosti. Při uvolnění částice z jádra poklesne atomové (protonové) číslo o 2, hmotnostní (nukleonové) číslo poklesne o 4.]

4. Co jsou částice β (základní vlastnosti a zákon posuvu)? [Jsou to elektrony, částice jsou tedy záporně nabité, jejich počáteční rychlost je řádově devět desetin rychlosti světla, při průchodu látkou mají větší pronikavost než částice α, ale menší ionizační schopnosti. Vznikají v jádře přeměnou neutronu na proton (současně vzniká ještě částice nazývaná antineutrino). Při uvolnění z jádra stoupne atomové (protonové) číslo o 1, hmotnostní (nukleonové) číslo se nemění. (U umělé radioaktivity existují i částice β^+ - pozitrony.)]

5. Co jsou částice γ (základní vlastnosti)? [Jsou to fotony – částice elektromagnetického záření, částice jsou tedy bez náboje, pohybují se rychlostí světla, při průchodu látkou mají vysokou pronikavost, nízkou schopnost ionizace. (Mohou ionizovat atom pouze přímou srážkou s ním, na rozdíl od nabitých částic α a β, které mohou elektrickými silami vytrhávat elektrony z atomového obalu, ionizovat i na dálku, bez přímé srážky.) Částice γ se uvolňují z jader, která se zbavují energie. Protonové ani nukleonové číslo se při tom nemění.]

6. Doplňte jadernou rovnici ${}^{219}_{86}\mathrm{Rn} \longrightarrow {}^{4}_{2}\alpha + \ldots$ [${}^{219}_{86}\mathrm{Rn} \longrightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{215}_{84}\mathrm{Po}$]

7. Doplňte jadernou rovnici ${}^{211}_{82}\mathrm{Pb} \longrightarrow \beta + \ldots$ [${}^{211}_{82}\mathrm{Pb} \longrightarrow {}^{0}_{-1}\beta + {}^{211}_{83}\mathrm{Bi}$]

8. Doplňte jadernou rovnici ${}^{228}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow \ldots + \mathrm{Ac}$ [${}^{228}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{0}_{-1}\beta + {}^{228}_{89}\mathrm{Ac}$]

9. Doplňte jadernou rovnici ${}^{211}_{83}\mathrm{Bi} \longrightarrow \ldots + \mathrm{Tl}$ [${}^{211}_{83}\mathrm{Bi} \longrightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{207}_{81}\mathrm{Tl}$]

10. Radionuklid ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ se jaderným rozpadem mění na ${}^{234}_{90}\mathrm{Th}$. Jaké záření při rozpadu vzniká? [α]

11. Co je rychlost radioaktivního rozpadu? [Rychlost radioaktivního rozpadu je počet rozpadů radioaktivních jader, které proběhnou za jednotku času. Tato veličina se nazývá aktivita radioaktivního zářiče (A). Je dána vztahem $A = \Delta N/\Delta t$, kde ΔN značí úbytek jader v důsledku jaderných přeměn, k nimž došlo za krátký časový interval Δt. (Pro přesné vyjádření je třeba uvažovat časový interval blížící se 0 (tzv. infinitezimální) - značeno symbolem dt, a obdobně i pro odpovídající úbytek počtu jader použijeme symbol dN; dostáváme pak pro vyjádření rychlosti rozpadu výraz $A = dN/dt$.) Aktivita zářiče se mění s časem].

12. Co je to aktivita radioaktivního zářiče, jaká je její jednotka? [Charakteristika zářivého zdroje, počet rozpadů za jednotku času; jednotkou je 1 becquerel (Bq)=1 rozpad za sekundu].

13. Podle jakého vztahu se mění aktivita radioaktivního zářiče v čase?
[Zákon radioaktivní přeměny (radioaktivního rozpadu): Relativní úbytek radioaktivního prvku je úměrný době rozpadu: $-\Delta N/N = \lambda \cdot \Delta t$, kde λ je tzv. přeměnová (rozpadová) konstanta – konstanta pro daný radionuklid. V uvedeném vztahu musí být znaménko mínus, protože ΔN

značí úbytek, tedy jeho hodnota je záporná, hodnoty ostatních veličin jsou kladné. Rozpad probíhá jako reakce prvního řádu: aktivita, okamžitá rychlost rozpadu jader ($-\Delta N/\Delta t \approx -\, dN/dt$) je úměrná okamžitému počtu jader (N) daného zářiče: $A = -dN/dt = \lambda \cdot N$. Integrací tohoto výrazu dostaneme $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$, kde N_0 počáteční počet jader (v čase nula), N počet jader zbylých po době t. Počet jader radioaktivního nuklidu klesá exponenciálně s dobou rozpadu.]

14. Co je to poločas přeměny (rozpadu) při radioaktivním rozpadu? [Poločas rozpadu ($T_{1/2}$) je doba, za kterou se rozpadne polovina počátečního počtu jader, vzhledem k zákonu rozpadu je to konstanta pro každý radionuklid vyjádřená vztahem $T_{1/2} = \ln 2/\lambda$].

15. Kolik jader se rozpadne z počátečního počtu jader N za dobu poločasu rozpadu? [N/2]

16. Radionuklid ${}^{62}_{29}\mathrm{Cu}$ vyzařuje záření β^+. Rozpadová (přeměnová) konstanta $\lambda = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}^{-1}$. Jaký je poločas rozpadu? [$T_{1/2} = \ln 2/\lambda = 0{,}693/1{,}2 \cdot 10^{-3} = 578\ \mathrm{s} = 9{,}63\ \mathrm{min}$]

17. Poločas rozpadu radionuklidu ${}^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ je 29 roků. Vypočítejte rozpadovou konstantu λ. [$\lambda = \ln 2/T_{1/2} = 0{,}693/9{,}15 \cdot 10^{8} = 7{,}58 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{s}^{-1}$; $T_{1/2} = 29 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 9{,}15 \cdot 10^{8}\ \mathrm{s}$].

18. Co je to rozpadová řada? [Přirozená posloupnost radioaktivních rozpadů, podle které se radioaktivní nuklidy postupně přeměňují. Existují tři rozpadové řady přirozených radioaktivních prvků. Každý přirozený radioaktivní nuklid patří do určitého místa jedné z těchto řad. Řady začínají nejtěžšími přirozenými radioaktivními nuklidy (jedna řada začíná $^{238}\mathrm{U}$, 2. řada $^{232}\mathrm{Th}$, 3. řada $^{235}\mathrm{U}$) a končí neradioaktivními (stabilními) izotopy olova ($^{206}\mathrm{Pb}$, $^{208}\mathrm{Pb}$ a $^{207}\mathrm{Pb}$)].

19. Co je to dávka radioaktivního záření, jaká je její jednotka? [Radioaktivní záření prostupuje více či méně ozařovanou látkou a předává jí energii. Dávka radioaktivního záření je střední energie prostupujícího radioaktivního záření pohlcená jednotkou hmotnosti prozařované látky; jednotkou je gray (Gy) = J/kg].

20. Co je to dávkový ekvivalent, jaká je jeho jednotka? [Různé druhy radioaktivního záření mají různě velký negativní biologický účinek na tkáň, kterou toto záření prošlo (především pozdní následky ve tkáni). Biologický účinek prošlého radioaktivního záření ve tkáni tedy nezávisí pouze na pohlcené energii (dávce), ale i typu záření. Danému radioaktivnímu záření je podle účinku na tkáň přiřazen určitý radiobiologický neboli jakostní faktor (Q) a jeho pomocí je energie radioaktivního záření absorbovaná v 1 kg prozařované látky (dávka D) přepočtena na srovnatelný výsledný účinek - dávkový ekvivalent (H): $H = D \cdot Q$; jednotkou je sievert (Sv). Příklady hodnot radiobiologických faktorů: pro γ a RTG fotony a částice β má faktor hodnotu 1, pro částice α má faktor hodnotu kolem 20].

21. Jaké znáte detektory radioaktivního záření?
[Plynové detektory – plyn mezi deskami kondenzátoru je ionizován procházejícím radioaktivním zářením; měříme prošlý náboj, který nás informuje o záření; podle velikosti napětí na deskách kondenzátoru může pracovat jako ionizační komora, proporcionální počítač nebo Geigerův-Müllerův počítač.
Scintilační počítač - sledujeme záblesky, které jsou vyvolávány dopadem částic na stínítko, které je pokryto vhodným luminiskujícím materiálem (např. ZnS).

Polovodičové detektory – dochází ke zvýšení vodivosti polovodiče dodáním energie měřeného radioaktivního záření.
Wilsonova mlžná komora - při průchodu ionizující částice přesycenou parou dochází v dráze částice ke kondenzaci par, tím se zviditelní dráha částice (obdobně jako bílá čára kondenzovaných par za letadlem)].

Tabulka 6 Tlak nasycených par vody

Závislost tlaku nasycených par vody (p^0) a absolutní vlhkosti nasyceného vzduchu (Φ^0) na teplotě (t)

t [°C]	p^0 [kPa]	Φ^0 [g/m^3]	t [°C]	p^0 [kPa]	Φ^0 [g/m^3]
-10	0,2599	2,14	20	2,3393	17,291
-9	0,2839	2,33	21	2,4882	18,330
-8	0,3100	2,54	22	2,6453	19,422
-7	0,3382	2,76	23	2,8111	20,570
-6	0,3687	2,99	24	2,9858	21,776
-5	0,4018	3,24	25	3,1699	23,042
-4	0,4375	3,51	26	3,3639	24,372
-3	0,4761	3,81	27	3,5681	25,766
-2	0,5177	4,13	28	3,7830	27,229
-1	0,5627	4,47	29	4,0092	28,762
0	0,6112	4,847	30	4,2470	30,368
1	0,6571	5,192	31	4,4969	32,052
2	0,7060	5,558	32	4,7596	33,816
3	0,7581	5,947	33	5,0354	35,661
4	0,8135	6,359	34	5,3251	37,591
5	0,8726	6,795	35	5,6290	39,610
6	0,9354	7,259	36	5,9479	41,722
7	1,0021	7,748	37	6,2823	43,929
8	1,0730	8,268	38	6,6328	46,234
9	1,1483	8,817	39	7,0001	48,643
10	1,2283	9,397	40	7,3849	51,156
11	1,3130	10,010	41	7,7878	53,781
12	1,4028	10,658	42	8,2095	56,516
13	1,4981	11,342	43	8,6508	59,372
14	1,5990	12,064	44	9,1123	62,348
15	1,7058	12,825	45	9,5949	65,454
16	1,8188	13,647	46	10,0994	68,686
17	1,9383	14,475	47	10,6265	72,051
18	2,0647	15,366	48	11,1770	75,552
19	2,1983	16,302	49	11,7519	79,202
20	2,3393	17,291	50	12,3510	83,001

Použitá literatura:
Horák Z., Krupka., Šindelář V.: Technická fysika, SNTL Praha 1960. přepočtená tabulka 4.4.
Cakl J., Žáková A., Hemer J. Příručka k chemicko inženýrským výpočtům, VŠCHT Pardubice 1988. přepočtená tabulka 2.4.2.
Fialová Magda, Šafařík Pavel. Základy termodynamiky vlhkého vzduchu: doplňkové skriptum. Praha. ČVÚT, 1999.
ISBN 80-01-01977-2. tlaky páry dle tabulky7.2.

Tabulka 7 Psychrometrická tabulka

pro Assmanův aspirační psychrometr, barometrický tlak v rozmezí 95 – 103 kPa

Tabulka uvádí relativní vlhkost vzduchu v %; *t* značí teplotu vzduchu ve °C (údaj suchého teploměru); Δt značí rozdíl údaje na suchém a vlhkém teploměru

t \ Δt	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4
-10	93	87	80	74	67	61	54	48	41	35	28	22	16	9			
-9	94	88	81	75	69	63	57	51	45	39	33	27	21	15	9		
-8	94	88	83	77	71	65	60	54	48	43	37	32	26	20	15	10	
-7	95	89	84	78	73	67	62	57	52	46	41	36	31	25	20	15	10
-6	95	90	85	79	74	69	64	59	54	49	45	40	35	30	25	20	15
-5	95	90	86	81	76	71	66	62	57	52	48	43	39	34	29	25	20
-4	95	91	86	82	77	73	68	64	59	55	51	46	42	38	33	29	25
-3	96	91	87	82	78	74	70	66	62	57	53	49	45	41	37	33	29
-2	96	92	88	84	79	75	71	68	64	60	56	52	48	44	40	37	33
-1	96	92	88	84	81	77	73	69	66	62	58	54	51	47	43	40	36
0	96	93	89	85	81	78	74	71	67	64	60	57	53	50	46	43	40
1	97	93	90	86	83	80	76	73	70	66	63	59	56	53	49	46	43
2	97	93	90	87	84	81	78	74	71	68	65	62	59	55	52	49	46
3	97	94	91	88	84	82	78	76	72	70	67	64	61	58	55	52	49
4	97	94	91	88	85	82	79	77	74	71	68	65	62	60	57	54	51
5	97	94	91	88	86	83	80	77	75	72	69	67	64	61	58	56	53
6	97	94	92	89	86	84	81	78	76	73	70	68	65	63	60	58	55
7	97	95	92	89	87	84	82	79	77	74	72	69	67	64	62	59	57
8	97	95	92	90	87	85	82	80	77	75	73	70	68	65	63	61	58
9	98	95	93	90	88	85	83	81	78	76	74	71	69	67	64	62	60
10	98	95	93	90	88	86	83	81	79	77	74	72	70	68	66	63	61
11	98	95	93	91	89	86	84	82	80	78	75	73	71	69	67	65	62
12	98	96	93	91	89	87	85	82	80	78	76	74	72	70	68	66	64
13	98	96	93	91	89	87	85	83	81	79	77	75	73	71	69	67	65
14	98	96	94	92	90	88	86	84	82	79	78	76	74	72	70	68	65
15	98	96	94	92	90	88	86	84	82	80	78	76	74	73	71	69	67

Tabulka 7 - pokračování **Psychrometrická tabulka**

pro Assmanův aspirační psychrometr, barometrický tlak v rozmezí 95 – 103 kPa.

Tabulka uvádí relativní vlhkost vzduchu v %; *t* značí teplotu vzduchu ve °C (údaj suchého teploměru); Δt značí rozdíl údaje na suchém a vlhkém teploměru

Δt / t	3,6	3,8	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5	11,0
-10																	
-9																	
-8																	
-7	5																
-6	11	6															
-5	16	11	7														
-4	21	17	12														
-3	25	21	17	8													
-2	29	25	22	12													
-1	33	29	26	17	8												
0	36	33	29	21	13	3											
1	40	36	33	25	17	10											
2	43	40	37	29	22	14	7										
3	46	43	40	33	26	19	12	5									
4	48	46	43	36	29	22	16	9									
5	51	48	45	39	33	26	20	13	7								
6	53	50	48	41	35	29	24	17	11	5							
7	54	52	50	44	38	32	26	21	15	10							
8	56	54	51	46	40	35	29	24	19	14	8						
9	58	55	53	48	42	37	32	27	22	17	12	7					
10	59	57	55	50	44	39	34	29	24	20	15	10	6				
11	60	58	56	51	46	41	36	32	27	22	18	13	9	5			
12	62	60	58	53	48	43	39	34	29	25	21	16	12	8			
13	63	61	59	54	50	45	41	36	32	28	23	19	15	11	7		
14	64	62	60	56	51	47	42	38	34	30	26	22	18	14	10	6	
15	65	63	61	57	53	48	44	40	36	32	27	24	20	13	13	9	6

Tabulka 7 - pokračování **Psychrometrická tabulka**

pro Assmanův aspirační psychrometr, barometrický tlak v rozmezí 95 – 103 kPa.

Tabulka uvádí relativní vlhkost vzduchu v %; *t* značí teplotu vzduchu ve °C (údaj suchého teploměru); Δt značí rozdíl údaje na suchém a vlhkém teploměru

Δt / t	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0
16	95	90	85	81	76	71	67	63	58	54	50	46	42	38	34	30	26	23
17	95	90	86	81	76	72	68	64	60	55	51	47	43	40	36	32	28	25
18	95	91	86	82	77	73	69	65	61	57	53	49	45	41	38	34	30	27
19	95	91	87	82	78	74	70	65	62	58	54	50	46	43	39	36	32	29
20	96	91	87	83	78	74	70	66	63	59	55	51	48	44	41	37	34	31
21	96	91	87	83	79	75	71	67	64	60	56	53	49	46	42	39	36	32
22	96	92	87	83	80	76	72	68	64	61	57	54	50	47	44	40	37	34
23	96	92	88	84	80	76	72	69	65	62	58	55	52	48	45	42	39	36
24	96	92	88	84	80	77	73	69	66	62	59	56	53	49	46	43	40	37
25	96	92	88	84	81	77	74	70	67	63	60	57	54	50	47	44	41	39
26	96	92	88	85	81	78	74	71	67	64	61	58	54	51	49	46	43	40
27	96	92	89	85	82	78	75	71	68	65	62	58	56	52	50	47	44	41
28	96	93	89	85	82	78	75	72	69	65	62	59	56	53	51	48	45	42
29	96	93	89	86	82	79	76	72	69	66	63	60	57	54	52	49	46	43
30	96	93	89	86	83	79	76	73	70	67	64	61	58	55	52	50	47	44
31	96	93	90	86	83	80	77	73	70	67	64	61	59	56	53	51	48	45
32	96	93	90	86	83	80	77	74	71	68	65	62	60	57	54	51	49	46
33	97	93	90	87	83	80	77	74	71	68	66	63	60	57	55	52	50	47
34	97	93	90	87	84	81	78	75	72	69	66	63	61	58	56	53	51	48
35	97	94	90	87	84	81	78	75	72	69	67	64	61	59	56	54	51	49
36	97	94	90	87	84	81	78	75	73	70	67	64	62	59	57	54	52	50
37	97	94	91	87	84	82	79	76	73	70	68	65	63	60	58	55	53	51
38	97	94	91	88	84	82	79	76	74	71	68	66	63	61	58	56	54	51
39	97	94	91	88	85	82	79	77	74	71	69	66	64	61	59	57	54	52
40	97	94	91	88	85	82	80	77	74	72	69	67	64	62	59	57	54	53

Tabulka 7 - pokračování **Psychrometrická tabulka**

pro Assmanův aspirační psychrometr, barometrický tlak v rozmezí 95 – 103 kPa.
Tabulka uvádí relativní vlhkost vzduchu v %; *t* značí teplotu vzduchu ve °C (údaj suchého teploměru); Δ*t* značí rozdíl údaje na suchém a vlhkém teploměru

t \ Δt	9,5	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	14,5	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0
16	19	15	12	8	5												
17	21	18	14	11	8												
18	23	20	17	14	10	7											
19	26	22	19	16	13	10	7										
20	28	24	21	18	15	12	9	6									
21	29	26	23	20	17	14	12	9	6								
22	31	28	25	22	19	17	14	11	8	6							
23	33	30	27	24	21	19	16	13	11	8	6						
24	34	31	29	26	23	20	18	15	13	10	8	5					
25	36	33	30	28	25	22	20	17	15	12	10	8					
26	37	34	32	29	26	24	21	19	17	14	12	10	5				
27	38	36	33	31	28	26	23	21	18	16	14	12	7				
28	40	37	34	32	29	27	25	22	20	18	16	13	9	5			
29	41	38	36	33	31	28	26	24	22	19	17	15	11	7			
30	42	39	37	35	32	30	28	25	23	21	19	17	13	9	5		
31	43	40	38	36	33	31	29	27	25	22	20	18	14	11	7		
32	44	41	39	37	35	32	30	28	26	24	22	20	16	12	9	5	
33	45	42	40	38	36	33	31	29	27	25	23	21	17	14	10	7	
34	46	43	41	39	37	35	32	30	28	26	24	23	19	15	12	8	5
35	47	44	42	40	38	36	34	32	30	28	26	24	20	17	13	10	7
36	48	45	43	41	39	37	35	33	31	29	27	25	21	18	15	11	8
37	48	46	44	42	40	38	36	34	32	30	28	26	23	19	16	13	10
38	49	47	45	43	41	39	37	35	33	31	29	27	24	20	17	14	11
39	50	48	46	43	42	39	38	36	34	32	30	28	25	22	18	15	12
40	51	48	46	44	42	40	38	36	35	33	31	29	26	23	20	16	14

Použitá literatura: FEXA, Josef, ŠIROKÝ, Karel. Měření vlhkosti. Praha: SNTL, 1983, tabulka 3.3.

Použitá literatura

VYHLÁŠKA č. 424 ze dne 18. listopadu 2009, kterou se mění vyhláška Ministerstva průmyslu a obchodu č. 264/2000 Sb., o základních měřicích jednotkách a ostatních jednotkách a o jejich označování. SBÍRKA ZÁKONŮ, ČESKÁ REPUBLIKA, str. 7006, částka 136, 2009.

BARTUŠKA, Karel. Sbírka řešených úloh z fyziky, Praha: Prométheus, 1997,

BENEŠ, Jiří. RAKOVIČ, Miloslav, VÍTEK, František. Fyzika, modelové otázky k přijímacím zkouškám na Univerzitu Karlovu v Praze 1. lékařskou fakultu. České Budějovice: UK, 2011.

ČSN ISO 80000-1. Veličiny a jednotky – Část 1: Obecně. Česká technická norma. Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, Praha, 2011.

FEXA, Josef, ŠIROKÝ, Karel. Měření vlhkosti. Praha: SNTL, 1983.

HAVRÁNKOVÁ, E. JANOUT, Z. ŠTOLL, I. Úvod do fyziky v řešených příkladech. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1995.

HORÁK, Zdeněk. KRUPKA, František. ŠINDELÁŘ, Václav. Technická fysika. Praha: SNTL, 1960.

Katedra mikroelektroniky FEL ČVUT Praha. Měření vlhkosti vzduchu. Webserver katedry mikroelektroniky FEL ČVUT Praha, 27-Feb-2006. cit. [2012-12-21]. Dostupné z: http://www.micro.feld.cvut.cz/home/X34SES/cviceni

KRÁL, Karel. Technická měření. Praha: SNTL, 1990.

LEPIL, Oldřich. BEDNAŘÍK, Milan. HÝBLOVÁ, R.: Fyzika pro střední školy. Praha: Prométheus, 1993.

LEPIL, Oldřich. BEDNAŘÍK, Milan. ŠIROKÁ, Miroslava. Fyzika, sbírka úloh pro střední školy. Praha: Prométheus, 2007.

ROUBALÍK, V. SEDLÁČEK, J. Fyzika v příkladech. Praha: ČZU, 2007.

SVOBODA, Emanuel. BARTUŠKA, Karel. BEDNAŘÍK, Milan. LEPIL, Oldřich. ŠIROKÁ, Miroslava. Přehled středoškolské fyziky 3. a 4. vyd. Praha: Prometheus, 1996 a 2006.

ULLMANN, Vojtěch. Jaderná a radiační fyzika. 1.2. Radioaktivita, [cit. 2013-8-17]. Dostupné z: http://astronuklfyzika.cz/JadRadFyzika2.htm

VESELÁ, Eva. Fyzika, příklady. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2002.