

Souřadnicové systémy a transformace mezi nimi

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu OPVK
„Modernizace výuky technických a přírodovědných oborů na UJEP se zaměřením na
problematiku ochrany životního prostředí – ENVIMOD“ (CZ.1.07/2.2.00/28.0205)

GEOGRAFICKÁ POLOHA

Fyzický povrch Země pro určení polohy geoobjektu v prostoru se zjednodušuje na geoid.

Geoid je nulová ekvipotencionální plocha, která je v každém svém bodě kolmá na směr zemské tíže.

Plocha geoidu se svým tvarem přibližuje k rotačnímu elipsoidu. Pokud rozměry os a poloha malé poloosy jsou voleny tak, aby se elipsoid co nejvíce přiblížil k ploše geoidu, pak se nazývá **referenčním elipsoidem**.

Pro mnohé úlohy geodézie a kartografie se ve snaze zjednodušit výpočty nahrazuje plocha **elipsoidu kulovou plochou**.

Při nahrazení elipsoidu jako celku se volí poloměr koule r takový, aby povrch a objem obou těles byl přibližně stejný (např. $r = 6371$ km při Krasovském elipsoidu).

- Poloha bodu na zemském tělese se vyjadřuje zeměpisnými souřadnicemi, a to zeměpisnou šířkou a zeměpisnou délkou.

rovník : hlavní kružnice na Zemi, jejíž všechny body jsou ve stejné vzdálenosti od severního a jižního pólu. Jeho zeměpisná šířka je 0°.

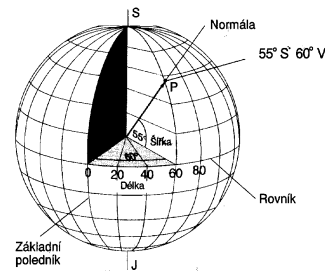
rovnoběžky: jsou všechny roviny vedené rovnoběžně s rovinou rovníku

poledníky : hlavní kružnice, která prochází severním a jižním pólem na Zemi. Za základní (počáteční, nultý) poledník je označován poledník procházející významnou hvězdárnou. V našich mapách se za základní poledník používá Greenwichský (u Londýna) a Ferrský (u Paříže).

Poledníky a rovnoběžky zobrazené v pravidelných intervalech tvoří geografickou síť.

zeměpisná šířka je definována jako úhel, který svírá normála k referenční ploše v bodě P s rovinou rovníku. Na elipsoidu se označuje φ a na kouli U. Uvádí se ve stupních (0°-90°), od rovníku směrem na sever jako šířka severní (znaménko +) a od rovníku směrem na jih jako šířka jižní (znaménko -).

zeměpisná délka je úhel, který svírá rovina poledníku procházející bodem P s rovinou základního nultého poledníku. Na elipsoidu se označuje λ a na kouli V. Uvádí se ve stupních (0°-180°), od základního poledníku směrem na východ jako délka východní (znaménko +) a směrem na západ jako délka západní (znaménko -).



Rovina

- zemský povrch můžeme považovat za rovinu pro velmi malá území okrouhlého tvaru (o poloměru $r = 8$ km),
- pro méně přesné výpočty území o poloměru 15 km,
- např. pro plány měst (nedochází k žádným zkreslením, veškeré veličiny „měříme na rovině“).

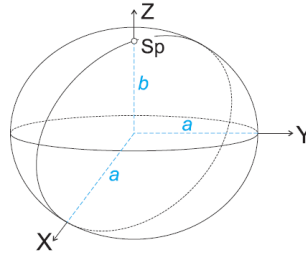
Kulová plocha – $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

- používá se buď přímo jako referenční plocha, kterou nahradíme zemské těleso nebo jako meziplocha při zobrazení elipsoid – koule – rovina ... tzv. dvojité zobrazení,
- při nahrazení Země koulí dochází ke deformacím délek, která zanikají až při použití měřítek 1: 10⁷ a menších.

Elipsoid

- nejpřesnější aproximace zemského povrchu
- nejčastěji je používán tzv. rotační elipsoid, definovaný dvěma parametry (libovolná kombinace velikostí poloos **a** a **b**, excentricity **e** a zploštění **i**)

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}, \quad i = \frac{a - b}{a}$$



- Za Rakouska-Uherska byl pro katastrální mapy stabilního katastru používán **elipsoid Zachův**,
- od roku 1841 se v našich zemích užívá **Besselův elipsoid** (dodnes představuje základní referenčním elipsoidem pro systém S-JTSK),
- roku 1944 byly výsledky měření v USA doplněny i o měření v Evropě a SSSR a byl navržen nový **elipsoid F.N.Krasovským**. Tento elipsoid byl svými parametry nejlépe vyhovujícím elipsoidem pro zobrazení celé Země. Roku 1953 byl zaveden i v ČSSR,
- na XV. Generálním shromáždění Geodetické a geofyzikální unie (IUGG) roku 1971 v Moskvě byl pro vědecké práce mezinárodního významu zaveden **elipsoid IAG 1967**,
- pro systémy GPS je používán **elipsoid WGS-84**.

Elipsoid	Parametry elipsoidu			
	a [m]	b [m]	i	e
Zachův el.	6 376 045,000	6 355 477,11300	1:310,000	0,080 257 131
Besselův el. (r. 1841)	6 377 397,155	6 356 078,96290	1: 299,153	0,081 696 831
Hayfordův el. (r. 1909)	6 378 388,000	6 356 911,94613	1: 297,000	0,081 991 889
Krasovského el. (r. 1940)	6 378 245,000	6 356 863,01877	1: 298,300	0,081 813 333
IAG 1967	6 378 160,000	6 356 774,51610	1:298,247	0,081 820 565
WGS-84 (r. 1984)	6 378 137,000	6 356 752,31425	1: 298,257	0,081 191 910

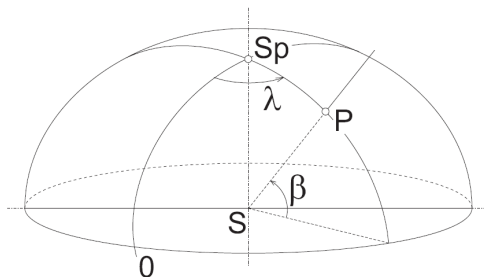
Geocentrické zeměpisné souřadnice [β , λ]

zeměpisná šířka β - úhel, který svírá spojnice bodu a středu elipsoidu s rovinou rovníku

$|\beta| < 90^\circ$

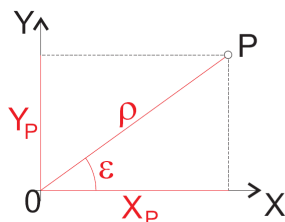
zeměpisná délka λ - úhel, který svírají roviny nultého a místního poledníku

$|\lambda| < 180^\circ$



nultý poledník – v současnosti nepoužívanější poledník procházející hvězdárnou Greenwich v Londýně. Dříve používán např. poledník Ferro (poledník procházející nejzápadnějším ostrovem Kanárského souostroví, leží asi 17°39'46" západně od Greenwich) v systému JTSK.

Polární a pravoúhlé rovinné souřadnice $[\rho, \varepsilon]$ a $[X, Y]$



$$[\rho; \varepsilon] \rightarrow [x; y]: \begin{aligned} x &= \rho \cdot \cos \varepsilon \\ y &= \rho \cdot \sin \varepsilon \end{aligned}$$

$$[x; y] \rightarrow [\rho; \varepsilon]: \begin{aligned} \rho &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \operatorname{tg} \varepsilon &= \frac{y}{x} \end{aligned}$$

Převod polohy geografických prvků

Cílem většiny geodetických prací je zobrazení části zemského povrchu ve formě plánu nebo mapy, tj. zhotovení zmenšeného generalizovaného obrazu na **rovinné ploše**. Je potřeba geodetické prvky nejprve redukovat na vhodnou **referenční plochu**, a pak z ní vytvořit zobrazení do roviny rozvinutelné plochy mapy.

Referenční plocha je matematicky definovatelná plocha (elipsoid nebo koule), která se co nejvíce přibližuje ke geoidu. Za zobrazovací plochu se určují jiné, jednodušší plochy, nejčastěji rozvinutelné do roviny (válcová a kuželová), a nebo přímo rovina.

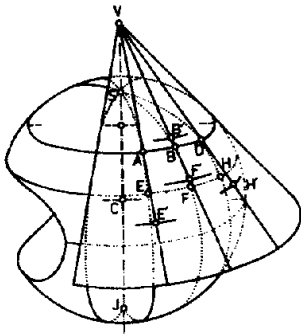
Převod prvků obrazu z referenční plochy do mapy se označuje jako kartografické zobrazení. Při převodu vždy dochází ke zkreslení geometrických prvků obrazu – úhlů, délek a plošných obsahů.

Základní kritéria kartografického zobrazení:

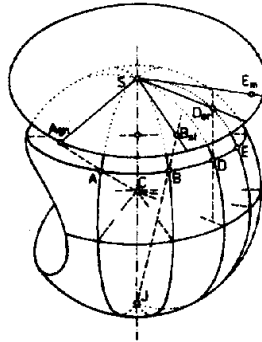
1. **zobrazovací plocha**
2. **poloha zobrazení**
3. **vlastnosti zkreslení**
4. **poloha středu promítnutí**

1. Podle zobrazovací plochy:

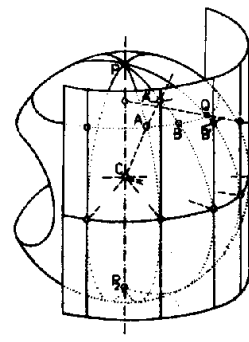
kuželová



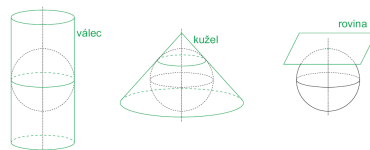
azimutální



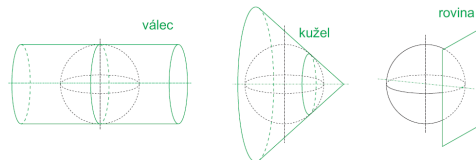
válcová



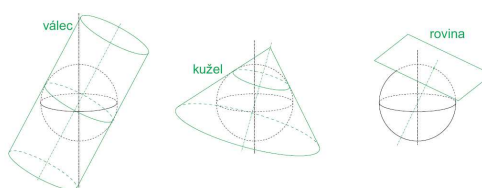
2. Každé z těchto zobrazení může podle polohy zobrazení být:
normální (pólová) – osa rotace zobr. plochy je totožná s osou rotace Země,



transverzální (příčná) – osa rotace zobrazovací plochy leží v rovině rovníku,



transverzální (příčná) – osa rotace zobrazovací plochy leží v rovině rovníku,

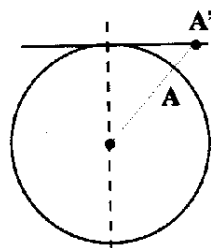


3. Podle vlastností zkreslení mohou být zobrazení:

- *konformní* (úhlojevné) – nezkrslují se úhly, naopak dosahují velkých plošných zkreslení,
- *ekvivalentní* (plochojevné) – nedochází ke zkreslení ploch, naopak dochází k velkým úhlovým zkreslením,
- *ekvidistantní* (délkojevné) – nezkrslují se délky, pouze však v určité soustavě křivek, např. v rovnoběžkách či polednicích,
- *vyrovňovací* – zkrslují se plochy i úhly, zkreslení však nedostahují žádných extrémních hodnot.

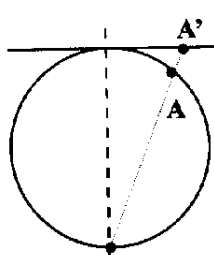
4. Podle promítajícího způsobu a kulové referenční plochy lze podle polohy středu promítnutí získat projekci:

gnómonickou



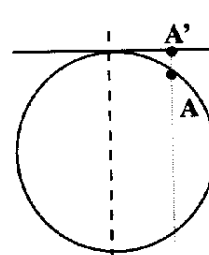
střed promítání je ve středu koule

stereografickou



střed promítání je v protipólu dotykového bodu zobrazovací plochy

ortografickou

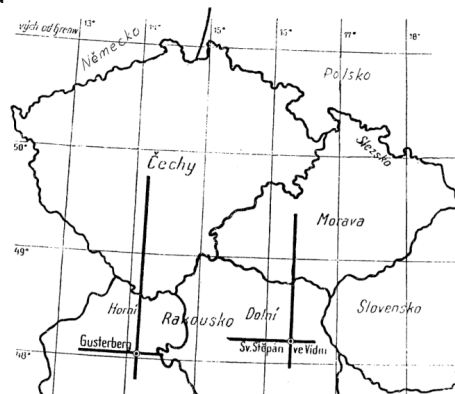


promítací paprsky jsou kolmé na zobrazovací plochu

Souřadnicové systémy používané v rámci ČR (ČSR)

1. Souřadnicové systémy stabilního katastru

- V první polovině 19. století bylo na našem území mapováno v měřítku 1:2880 na základě vybudované trigonometrické sítě
- Bylo použito Zachova elipsoidu ($a = 6\,376\,045\text{ m}$, $f-1 = 310$) a transverzálního válcového zobrazení Cassiniovo-Soldnerovo. Tzn. osa válce leží v rovině rovníku a válec se dotýká základního poledníku
- Gustenberg
- Sv. Štěpán



Souřadnicové systémy používané v rámci ČR (ČSR)

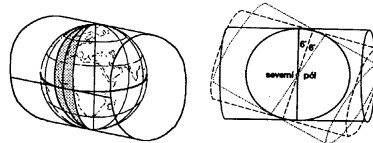
2. Souřadnicový systém S-42

- používá Gaussovo-Krügerovo konformní válcové zobrazení, vykazuje délkové zkreslení v naší zeměpisné šířce max. 52 cm/km
- vychází z Krasovského elipsoidu s referenčním bodem v Pulkavu.
- používány AČR.

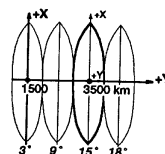
Definice souřadnicové systému
v softwaru ESRI:

S-42 Pulkovo_1942_GK_Zone_3

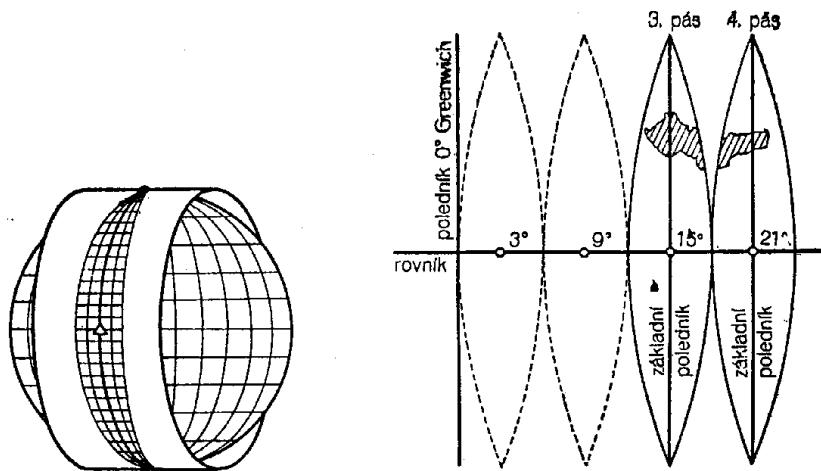
SCHÉMA GAUSS-KRÜGEROVA ZOBRAZENÍ



obr. 2



obr. 3

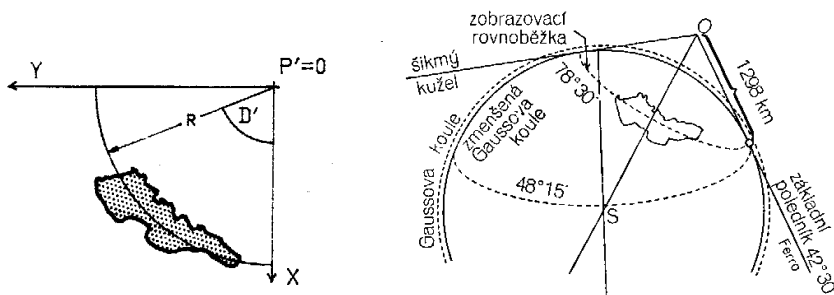


Souřadnicové systémy používané v rámci ČR (ČSR)

3. Souřadnicový systém jednotné trigonometrické sítě katastrální (S-JTSK)

- Jedná se o konformní kuželové zobrazení s vrcholem kuželu nacházejícím se 131 km vysoko nad Tallinem, s minimálním délkovým zkreslením (max. 14 cm/km) a netypickou orientací os.
- Referenční plochou je Besselův elipsoid s referenčním bodem Hermannskogel, počátek zeměpisné délky je oproti „tradičnímu“ Greenwichskému poledníku posunut přibližně o 17o 30' západně.

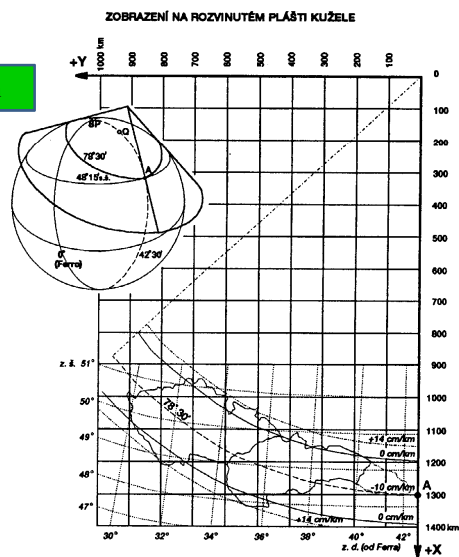
Křovákovo zobrazení je jednotné pro celý stát.
Navrhl a zpracoval jej Ing. Josef Křovák roku 1922.



Definice souřadnicové systému
v softwaru ESRI:

S-JTSK S-JTSK_Krovak_East_North

SCHÉMA KŘOVÁKOVA ZOBRAZENÍ



Souřadnicové systémy používané v rámci ČR (ČSR)

4. World geodetic system ... WGS-84

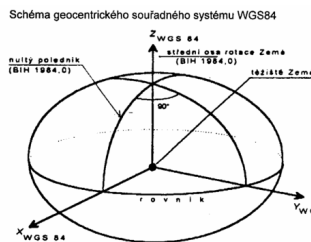
předchozí WGS 72, WGS 64, WGS 60
WGS 84 s poslední revizí v r. 2004
Referenční elipsoid – geocentrický WGS 84
Kartografické zobrazení: Mercatorovo konformní válcové zobrazení v obecné poloze (UTM)



- geodetický geocentrický systém armády USA a standardizovaným systémem armád NATO,
- v tomto systému pracuje GPS,
- nultým poledník je posunut asi o 100 metrů východně od tradičního Greenwichského poledníku, poledník definovaný Gureau International de l'Heure (označ. BIH),
- od 1.1.1998 zaveden WGS-84 ve vojenském a civilním letectvu, v AČR běžně užíván v rámci kooperace s armádami NATO a standardizace v geodézii a kartografii

Definice souřadnicové systému
v softwaru ESRI:

WGS-84 WGS_1984
UTM WGS_1984_UTM_Zone_33N

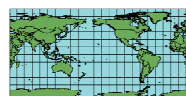
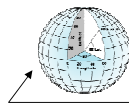


Souřadnicový systém (\Leftrightarrow kartografické zobrazení)

- 1: systém, určený údaji o referenční ploše, orientaci sítě na ní, jejím měřítku, referenčním bodu a užitém kartografickém zobrazení
- 2: sada matematických pravidel pro specifikování způsobu, jakým jsou souřadnice přiřazovány k bodům (ČSN ISO 19111)

dva základní typy:

- sférické (WGS-84, GCS-80, ...)

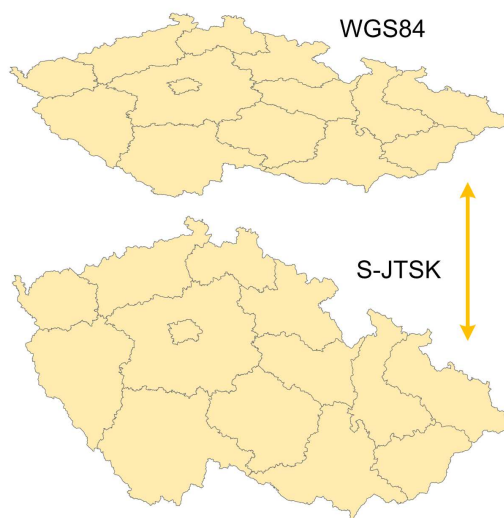


+ desítky dalších ...

- rovinné (S-JTSK, S-42, UTM, ...)



+ desítky až stovky dalších ...

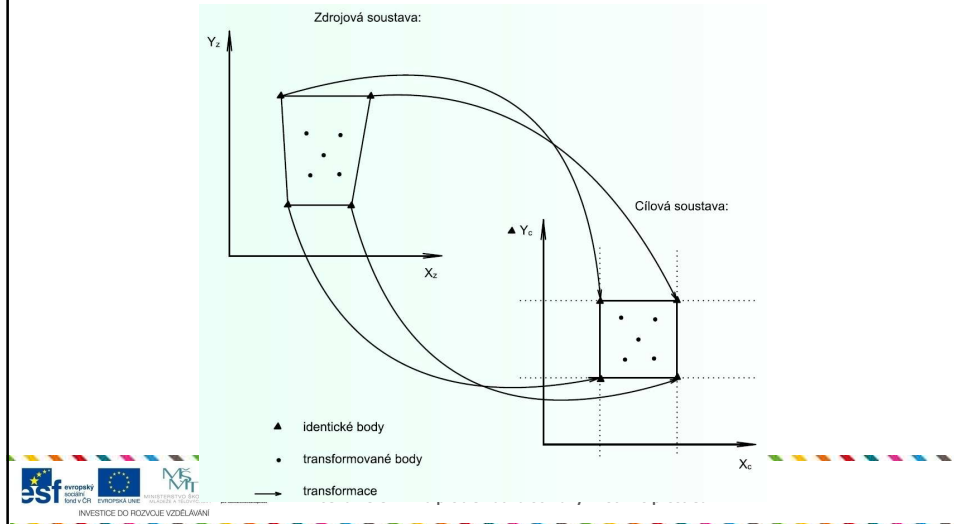


Zobrazení:

1. elipsoid WGS na Besselův el.
2. Besselův el. na kouli
3. z koule na kužel (Křovákovo z.)
4. z kužele do roviny.

Transformace souřadnicového systému mezi rovinnými pravoúhlými souřadnicemi

Transformace souřadnicového systému mezi rovinnými pravoúhlými souřadnicemi (Helmertova - lineární konformní, afinní, polynomičké) - jsou založeny na poznání přesné polohy vybraných identických bodů.



Lineární konformní transformace (LKT) je vhodná pro transformace mezi souřadnicovými systémy, které jsou navzájem posunuty, pootočený a ve směrech obou souřadnicových os mají ve stejném poměru změněno měřítko.

Transformační vztah (soustava rovnic), má následující tvar:

$$x = m \cdot \cos(B) \cdot X + m \cdot \sin(B) \cdot Y + a$$

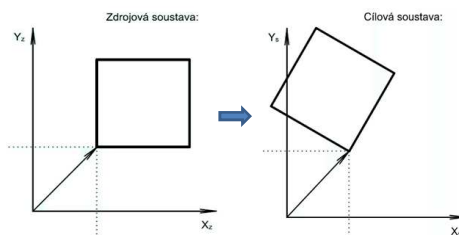
$$y = -m \cdot \sin(B) \cdot X + m \cdot \cos(B) \cdot Y + b$$

kde m je změna měřítka

a, b posun v ose x, y

B úhel rotace

Koeficienty vztahu (m, B, a, b) lze vypočítat již ze dvou dvojic identických bodů (X_1, Y_1) , (X_2, Y_2) a původní (x_1, y_1) , (x_2, y_2) .



U transformace se ale obvykle používá více referenčních bodů, hodnoty koeficientů se pak vypočtou metodou nejmenších čtverců. Speciální případ LKT je Helmertova transformace, která uvažuje pouze rotaci a posun (koeficient $m=1$).

Afinní transformace (speciální případ polynomické, polynomická prvního řádu).

Na rozdíl od LKT nejsou jednotlivé souřadnice na sobě závislé, což je výhodné a způsobuje to, že není změna měřítka ve všech směrech stejná.

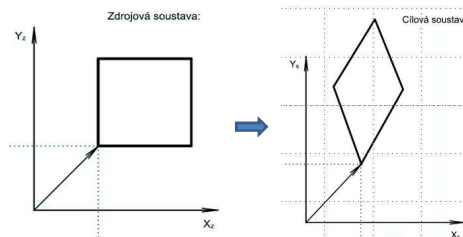
Geometricky se tedy jedná o posun, rotaci a změnu měřítka každé souřadnicové osy původního souřadnicového systému.

Koeficienty se opět vypočtou metodou nejmenších čtverců. Minimálně jsou potřeba 3 dvojice identických bodů. Afinní transformace se např. používá při souřadnicovém připojení mapy při ruční digitalizaci.

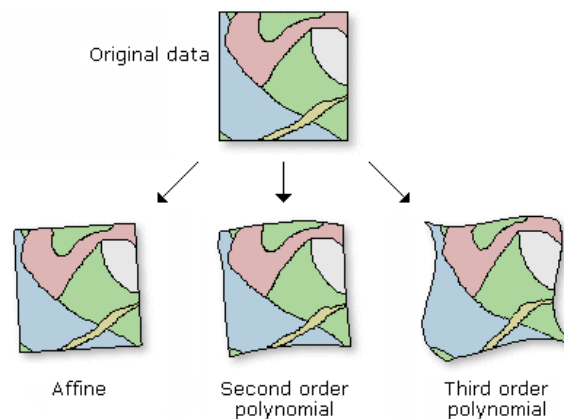
Transformační vztah má tvar:

$$x = a.X + b.Y + c$$

$$y = d.X + e.Y + f$$



Polynomické transformace druhého a vyšších řádů se používají pro deformace mapového listu, které mají lokální charakter, případně při komplikovanějším průběhu těchto deformací. Prakticky se však používají pouze řády 2 a 3, jelikož vyšší řády nepřinášejí podstatnější zvýšení přesnosti, spíše naopak.



Georeference rastru:

The screenshot displays the ENVI software interface for georeferencing a raster. On the left, the 'Georeferencing' menu is open, showing options like 'Rectify...', 'Fit To Display', 'Update Display', 'Auto Adjust', 'Flip or Rotate', 'Transformation', 'Delete Links', 'Reset Transformation', and 'Options...'. The 'Flip or Rotate' submenu is expanded, showing 'Rotate Right', 'Rotate Left', 'Flip Horizontal', and 'Flip Vertical'. Below the menu, a series of images demonstrate the effects of 'Shift', 'Flip', 'Rotate', and 'Mirror' operations on a satellite image.

On the right, the 'Link' table is visible, showing the total RMS error and forward residuals for three links. The table data is as follows:

Link	Y Source	X Source	Y Map	X Map	Residual_Y	Residual_X
1	115,039256	-374,194612	-881212,798800	-1019145,558...	1,6871	
2	861,873294	-256,885786	-880239,038371	-1019128,908...	3,99815	
3	103,988669	-874,241135	-881336,722531	-1019779,391...	-3,87003	

Below the table, the 'Transformation' options are listed, with '1st Order Polynomial (Affine)' selected. Other options include '2nd Order Polynomial', '3rd Order Polynomial', 'Adjust', 'Projective Transformation', 'Spline', and 'Zero Order Polynomial (Shift)'. A diagram below the table shows 'Original data' being transformed into 'Affine', 'Second order polynomial', and 'Third order polynomial' results.



Modernizace výuky technických a přírodovědných oborů na UJEP
se zaměřením na problematiku ochrany životního prostředí